

Kapitel 3 - Regelung der Gleichstrommaschine

Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

Vorlesung

Regelung Leistungselektronischer Systeme

Sommersemester 2022

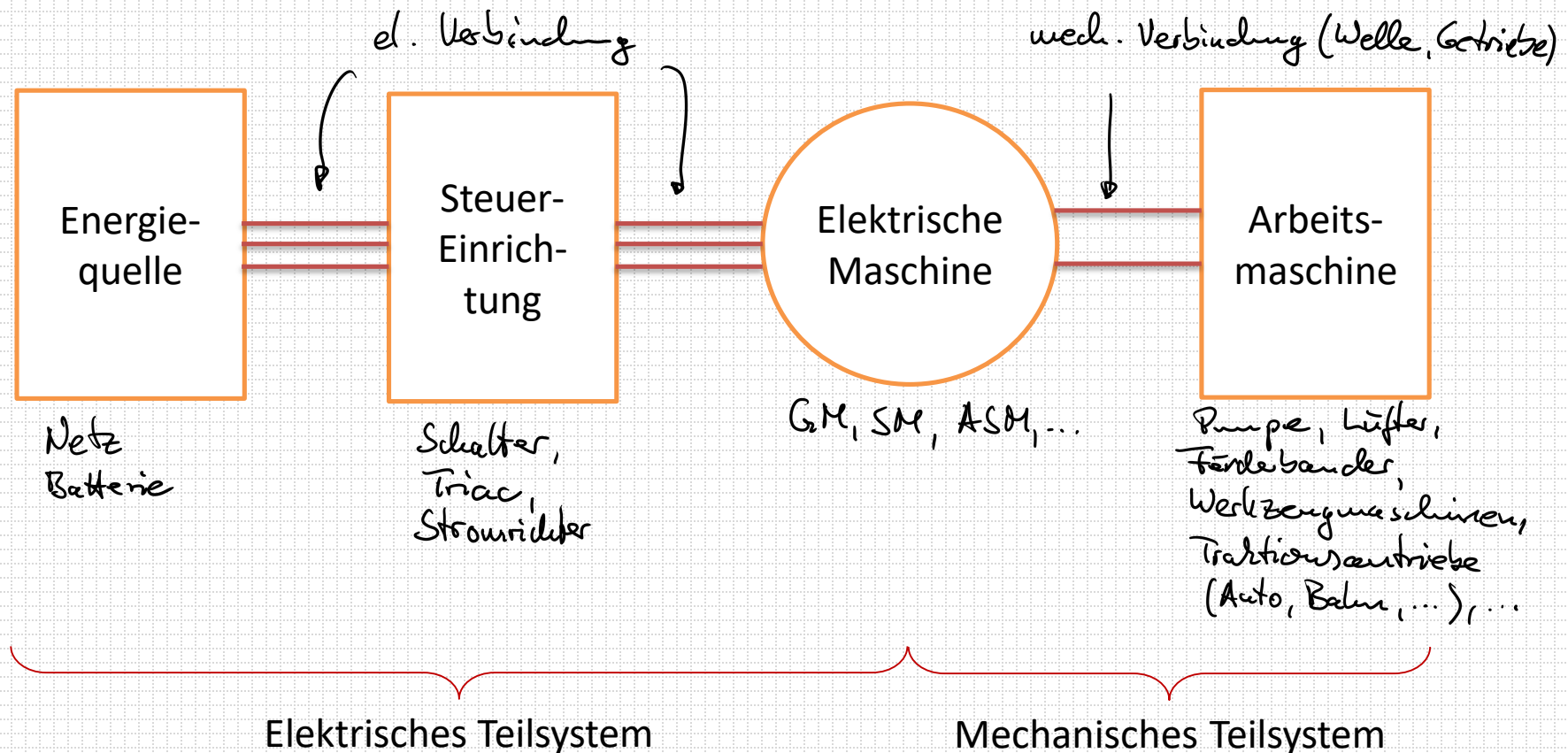
Dr.-Ing. Andreas Liske

Bestandteile eines elektrischen Antriebssystems

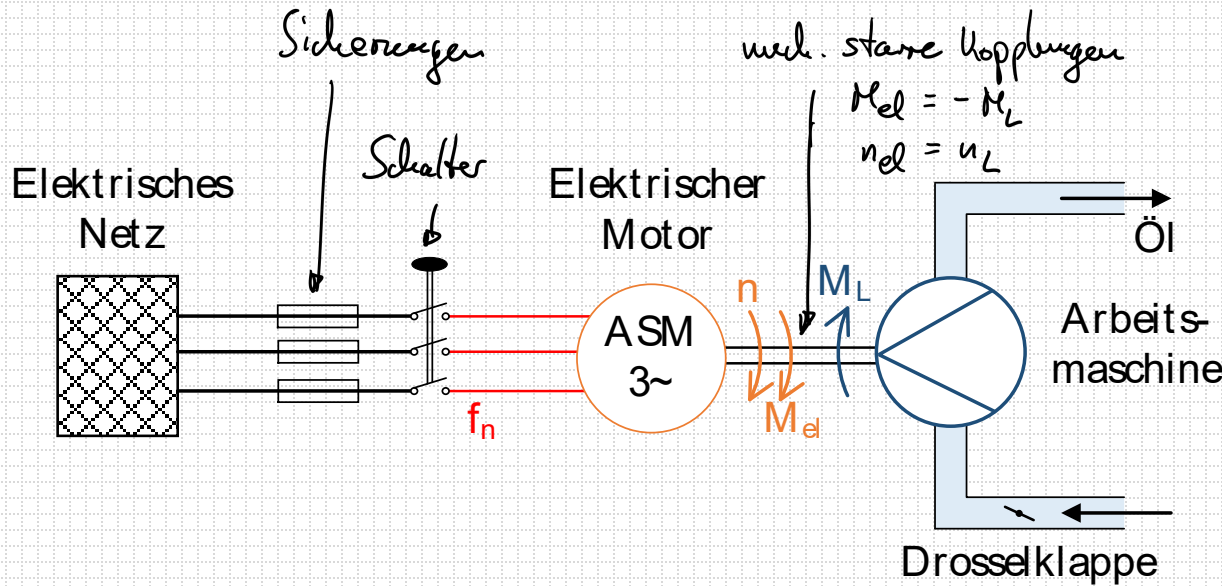
Sinn & Zweck eines elektrischen Antriebssystems:

mechanische Arbeitsprozess

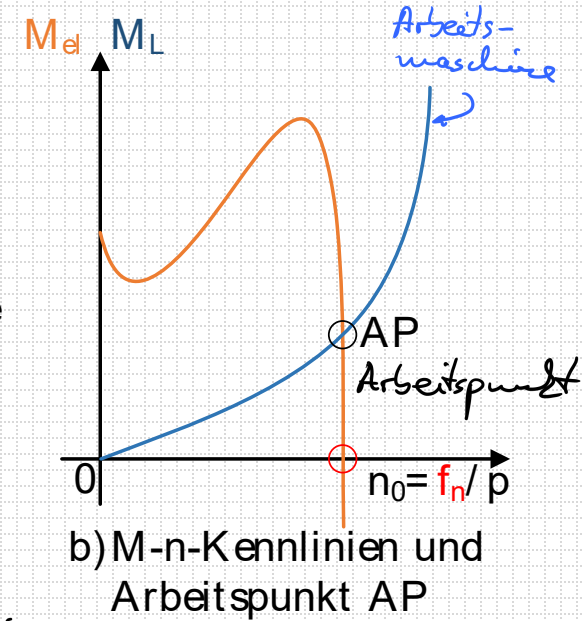
Die mech. Arbeitsmaschine bestimmt das gesamte Antriebssystem



Pumpe und elektrischer Antrieb hart am Netz



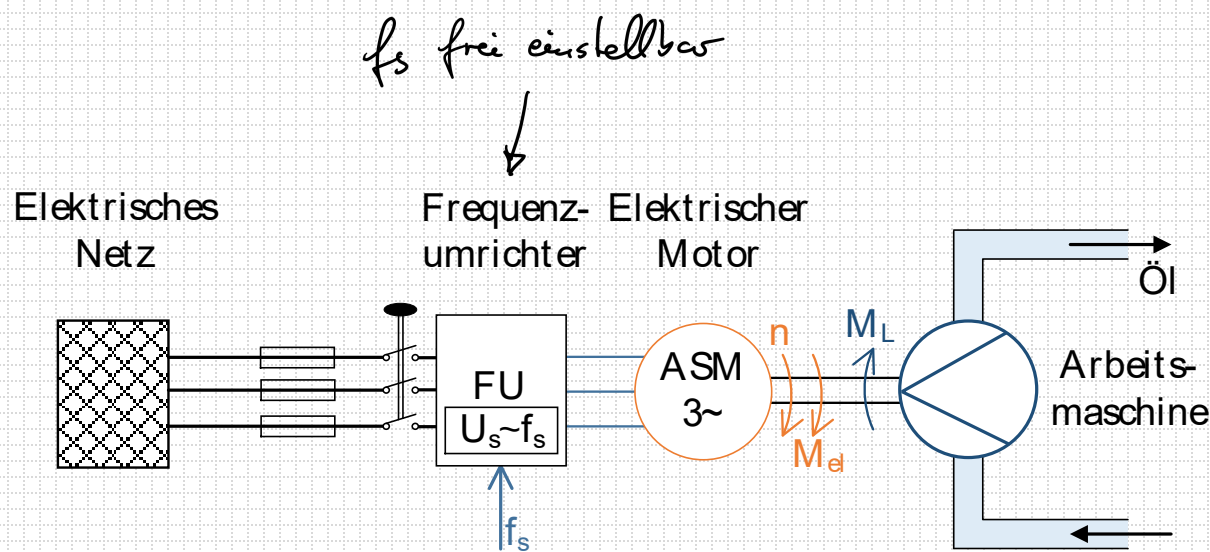
a) Prinzipschaltbild



b) M-n-Kennlinien und Arbeitspunkt AP

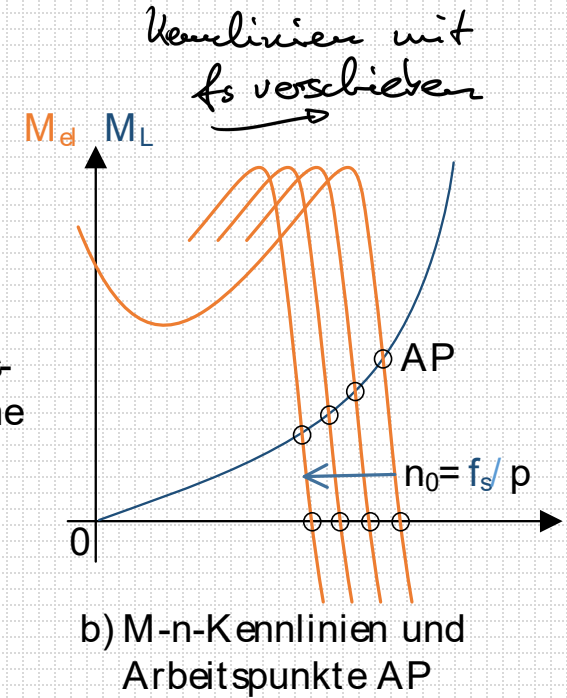
"Festdrehzahlantrieb" $\rightarrow$ funktioniert, günstig, robust,
 ABER: η ist schlecht
 $\rightarrow$ nicht in RLS behandelt

Antriebssystem mit gesteuertem Frequenzumrichter



a) Prinzipschaltbild

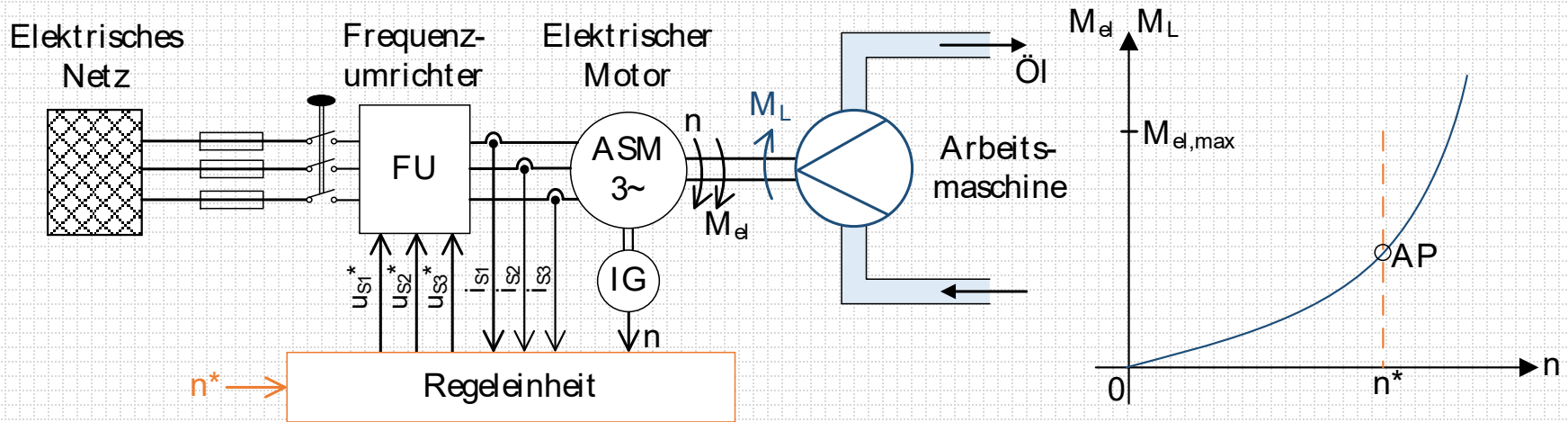
"Steuerung", keine Regelung



b) M-n-Kennlinien und Arbeitspunkte AP

Antriebssystem mit geregelterm Frequenzumrichter

Antriebssystem aus Pumpe, Frequenzumrichter und ASM im drehzahlgeregelten Bereich



a) Prinzipschaltbild

b) M-n-Kennlinien und Arbeitspunkt AP

Messung & Regler als Zusatzaufwand

Unterschied zur festen AP-Einstellung durch Motorkennlinien:

Drehzahl n als Regelgröße

Drehmoment M als Stellgröße

E-Maschine als **Drehmoment-Aktor**

$$M_{el} - M_L = M_B = (J_M + J_L) \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

Bewegungsgleichung

J : Trägheitsmoment

$$M_{el} - M_L = M_B = (J_M + J_L) \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

Bewegungsgleichung

J : Trägheitsmoment

J : Trägheitsmoment

Indizes: el = elektrisch

L = Last

B = Beschleunigung

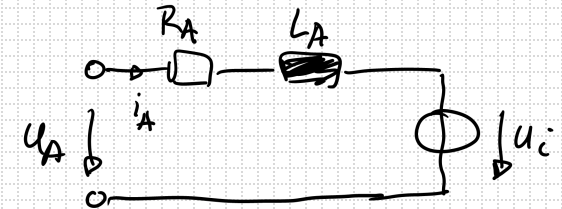
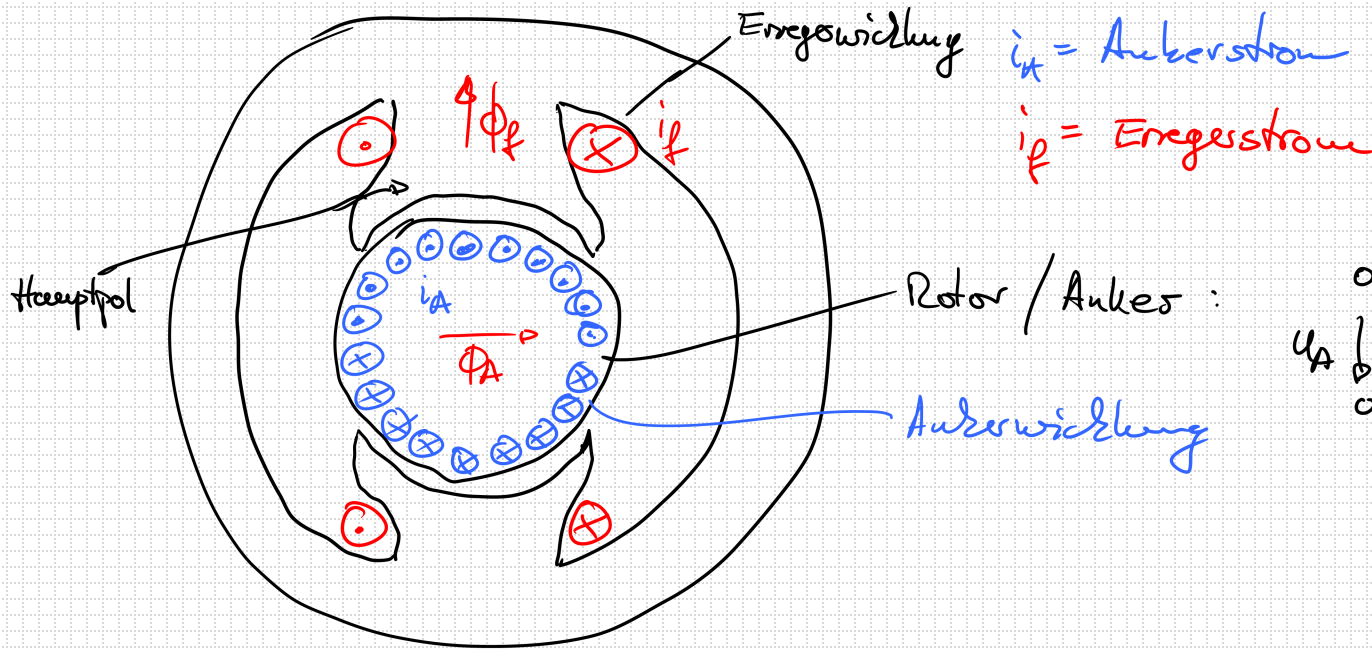
M = Maschine

Ω : Drehzahl

3.1. Modellbildung der Gleichstrommaschine

Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

3.1. Modellbildung der Gleichstrommaschine



Drehmomentgleichung:

$$M_i(t) = c \cdot \phi \cdot i_A$$

inneres Drehmoment $\downarrow$ Maschinenkonstante $\downarrow$ Erregesfluss $\downarrow$ Ankerstrom

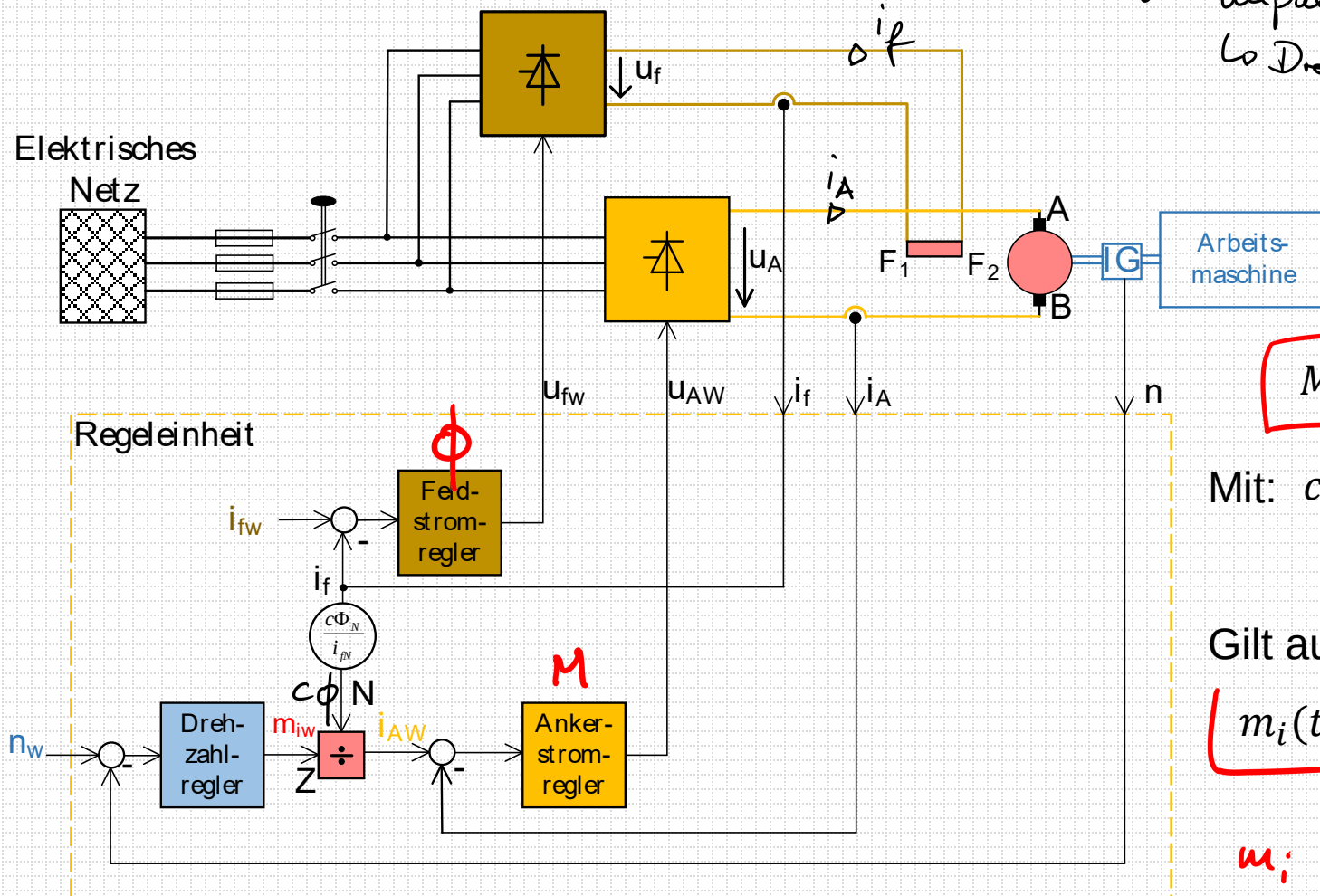
Ankerspannungsgleichung:

$$U_A = R_A i_A + L_A \cdot \frac{di_A}{dt} + u_i$$

Induzierte Gegenspannung:

$$u_i = c \cdot \phi \cdot \Omega$$

16: Impulsgeber
↳ Drehzahl sensor



$$M_i = c\phi \cdot I_A$$

Mit: $c\phi = c\phi_N \cdot \frac{i_f}{I_{f,N}}$

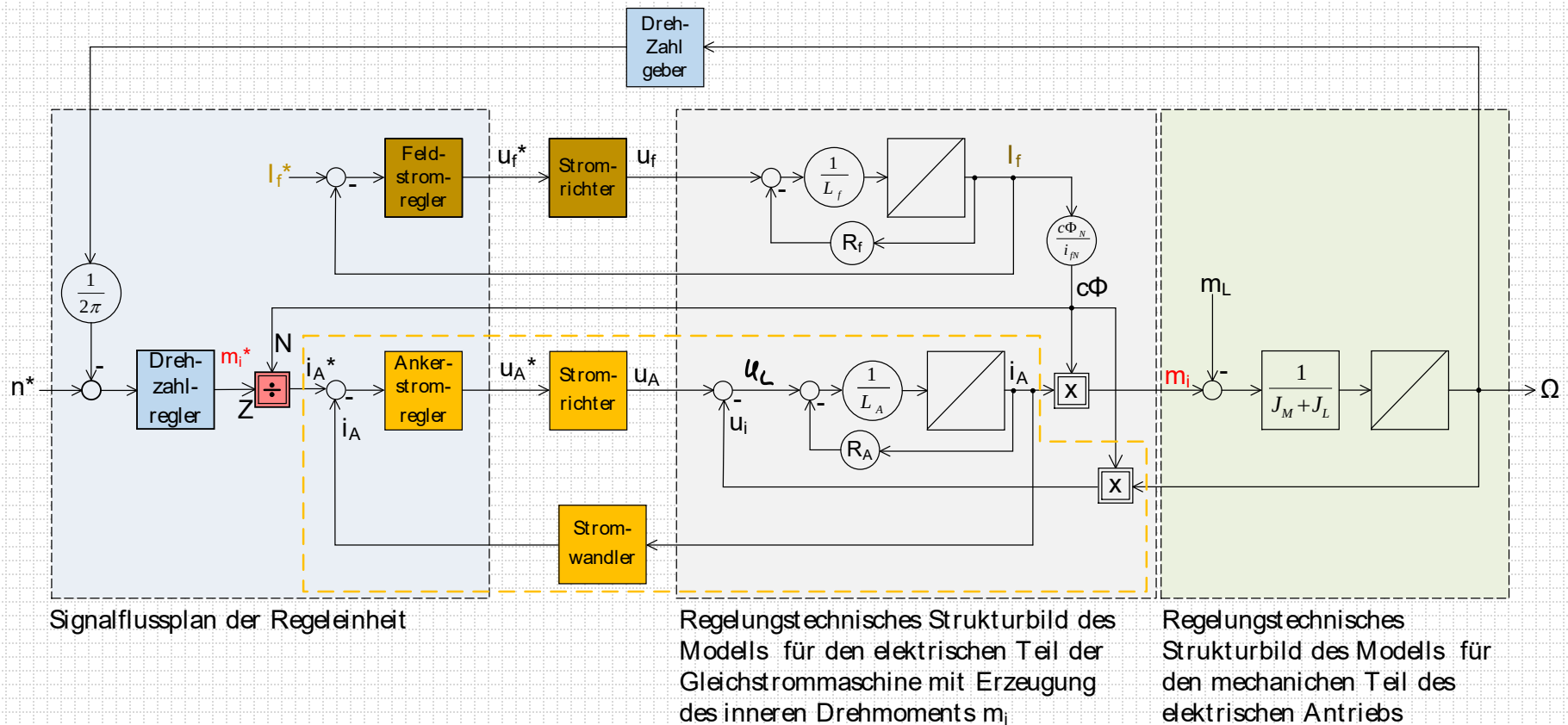
Gilt auch dynamisch:

$$m_i(t) = c\phi \cdot i_A(t)$$

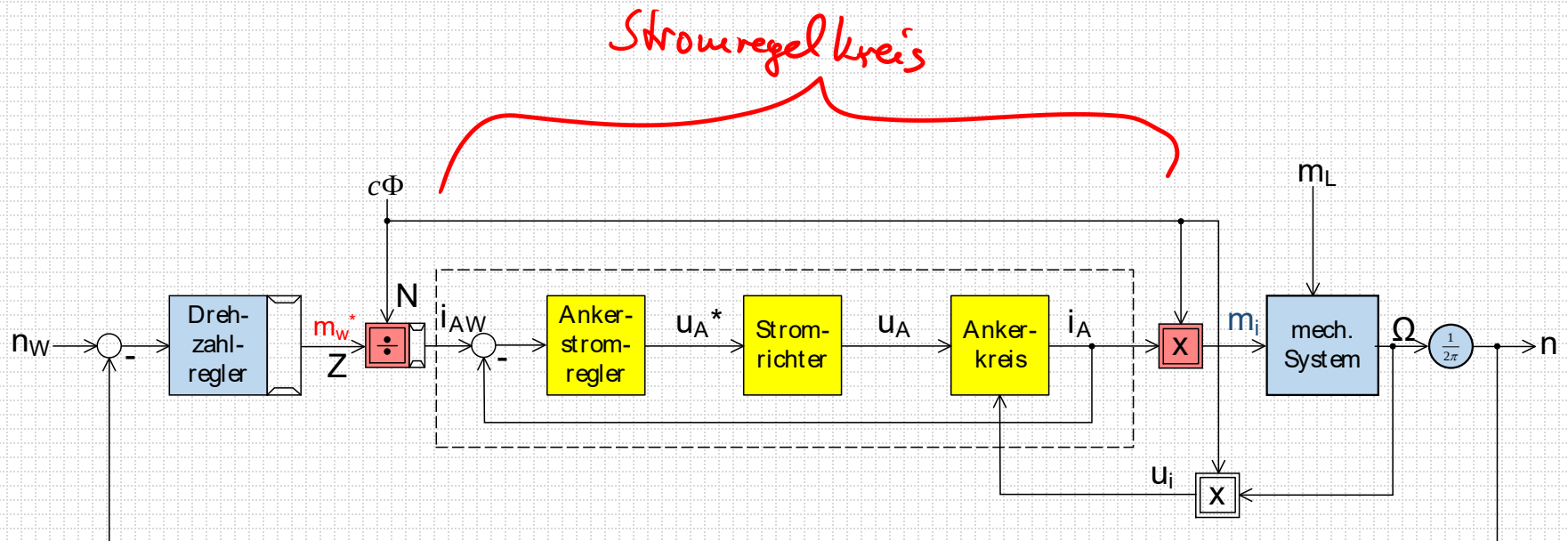
$$m_i \sim i_A$$

$$I_{Aw} = \frac{U_{iW}}{C\phi}$$

Modellbildung Gleichstrommaschine



Signalflussplan Drehzahlregelkreis Gleichstrommaschine

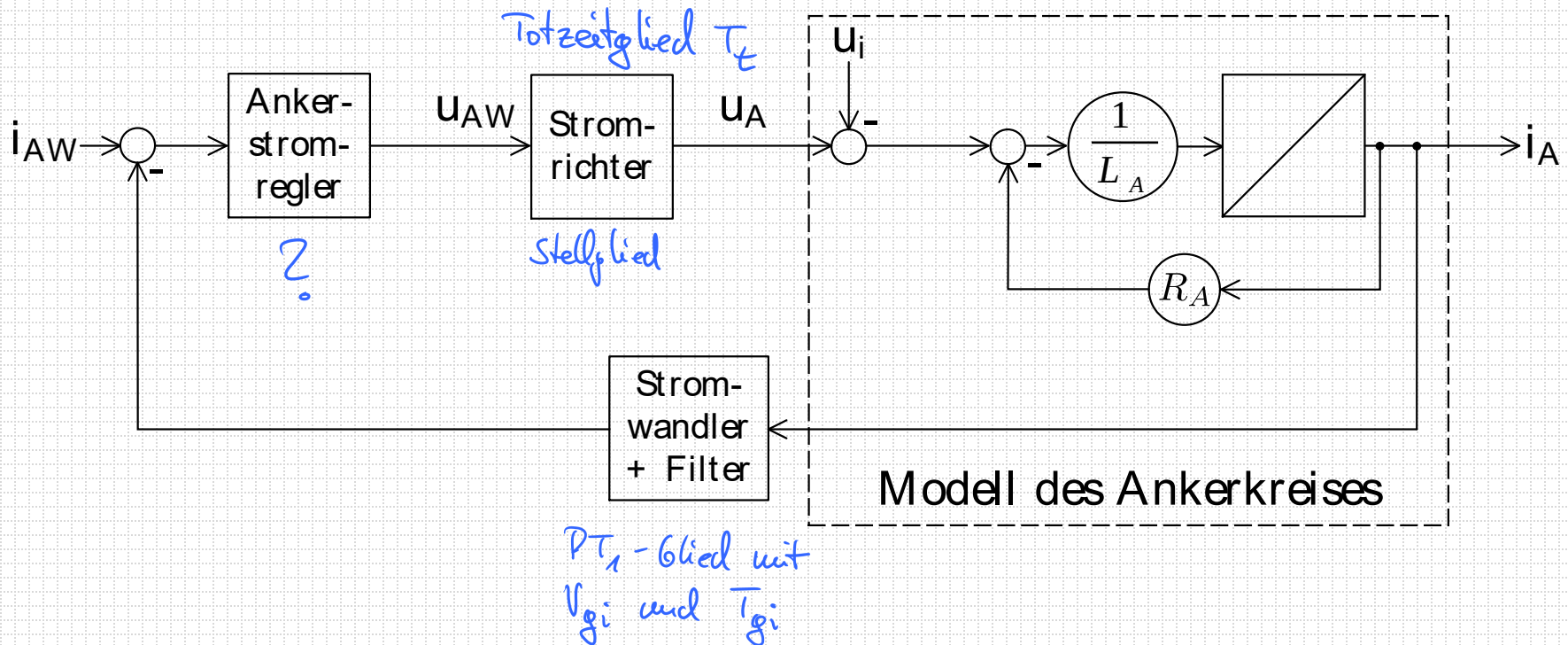


3.2. Stromregelung der Gleichstrommaschine

Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

3.2. Stromregelung der Gleichstrommaschine

Indizes : $g \rightarrow$ "Glättung" $\hat{=}$ Messung
 $i \rightarrow$ Stromregelkreis
 $\sigma \rightarrow$ Summe



Signalflussplan des Ankerstromregelkreises einer Gleichstrommaschine

Ankerspannungsgleichung:

$$u_A = R_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + u_i$$

$$u_A - u_i = u_L = R_A i_A + L_A \dot{i}_A \quad | : R_A$$

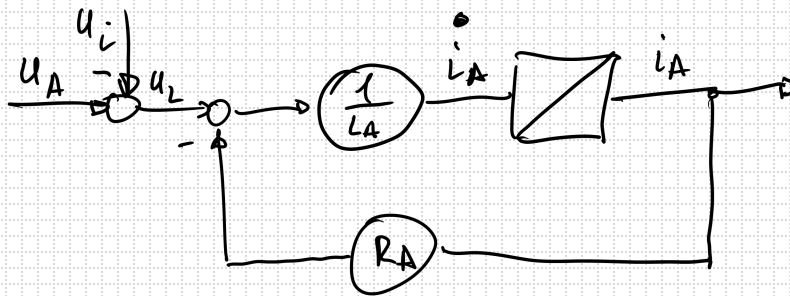
$$\underbrace{\frac{1}{R_A}}_{V_A} \cdot u_L = i_A + \underbrace{\frac{L_A}{R_A}}_{T_A} \cdot \dot{i}_A$$

Laplace - Transformation der DGL:

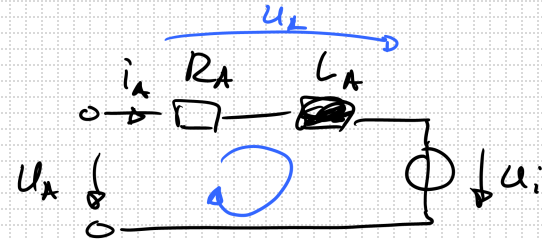
$$\Rightarrow \boxed{G(s) = \frac{i_A(s)}{u_L(s)} = \frac{V_A}{1 + T_A s}}$$

$$\Rightarrow \text{PT}_1\text{-Glieder mit } V_A = \frac{1}{R_A}$$

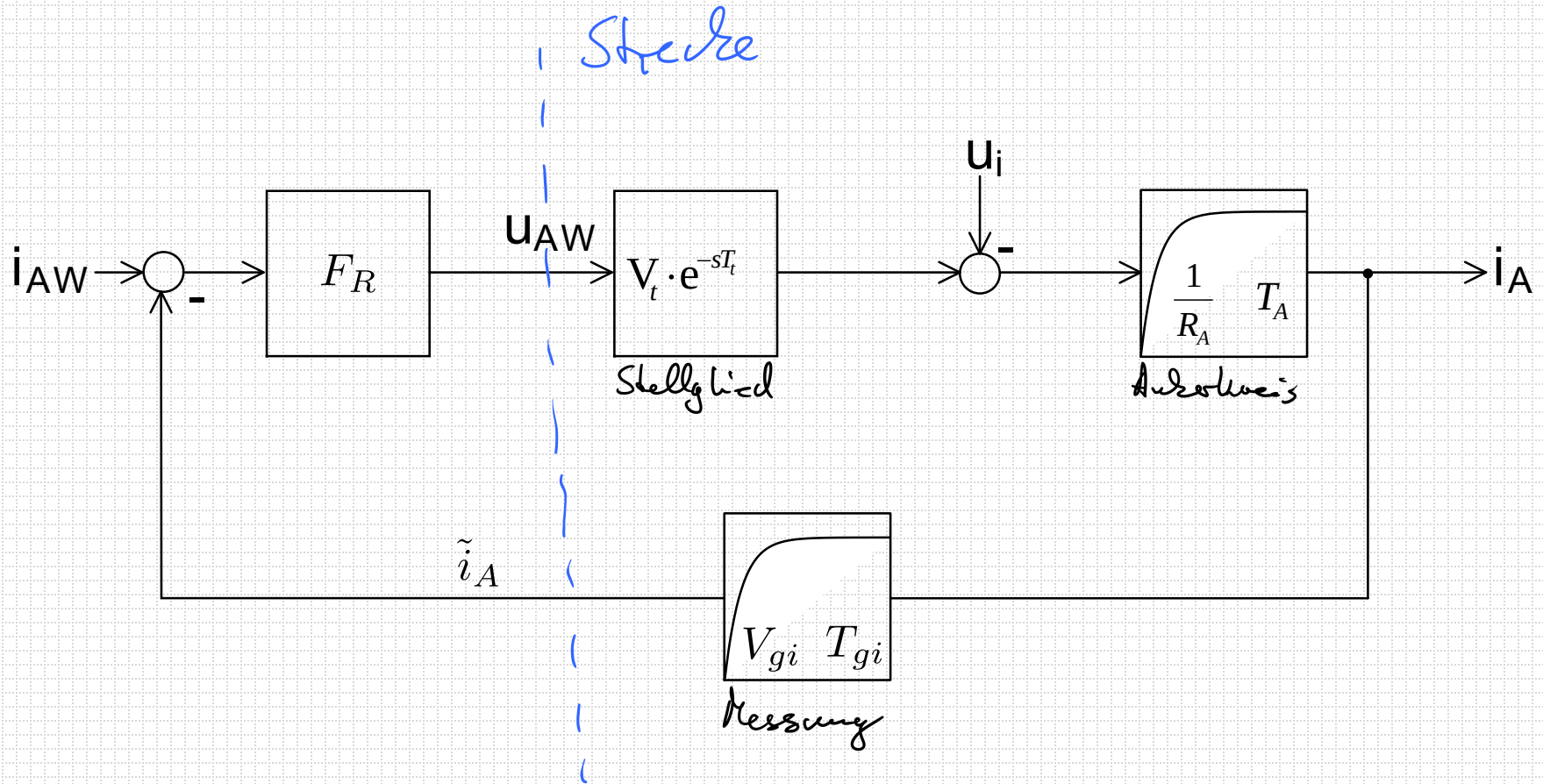
$$T_A = \frac{L_A}{R_A}$$



$$i = \frac{1}{L} \int u \, dt$$



Ankerstromregelkreis



Regelungstechnisches Strukturbild des Ankerstromregelkreises

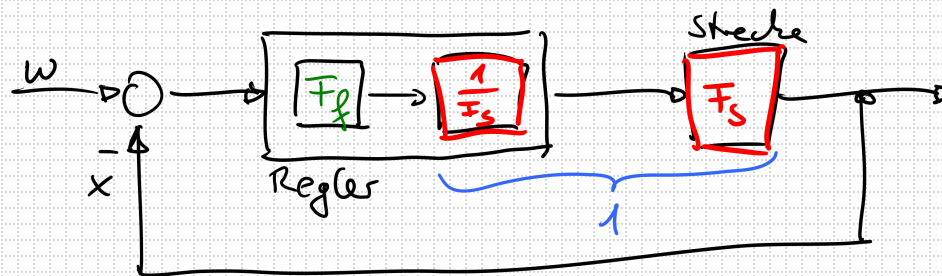
Regler für PT_1 -Strecke: "Kompensationsregler"

Dafür: Näherungen notwendig!

1. Stellglied: Totzeitglied $\leadsto PT_1$ -Glied
2. Messung: PT_1 $\leadsto P$ -Glied
3. Serienschaltung Stellglied + Außenkreis = PT_2
 $PT_1 + PT_1$

$\hookrightarrow$ wird gemäht als PT_1 -Glied

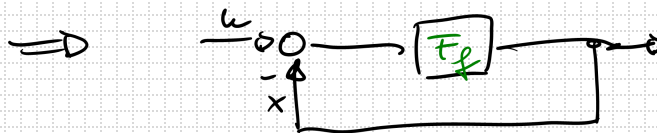
Kompensationsregler: kompensiert das Streckenverhalten und enthält zusätzlich einen frei wählbaren Anteil.



Indizes

S: Strecke

f: frei wählbar



$\Rightarrow$

$$F_0 = F_f$$

Geschlossener Regelkreis soll gutmütiges Verhalten haben

$\Rightarrow$ Wunsch: PT_1 -Verhalten

$$\overline{F}_w = \underbrace{\frac{\overline{F}_0}{1+\overline{F}_0} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{F}_0} + 1}}_{\text{geschl. RK}} \stackrel{!}{=} \underbrace{\frac{1}{1+sT_0}}_{\text{Wunsch: } PT_1}$$

Wahl von $\overline{F}_0$: $\frac{1}{\overline{F}_0} \stackrel{!}{=} sT_0 \Rightarrow \overline{F}_0 = \frac{1}{sT_0} = \overline{F}_f \rightarrow \text{Integrierglied}$

④ bleibende Regelabweichung ist 0 $\Rightarrow$ stationär

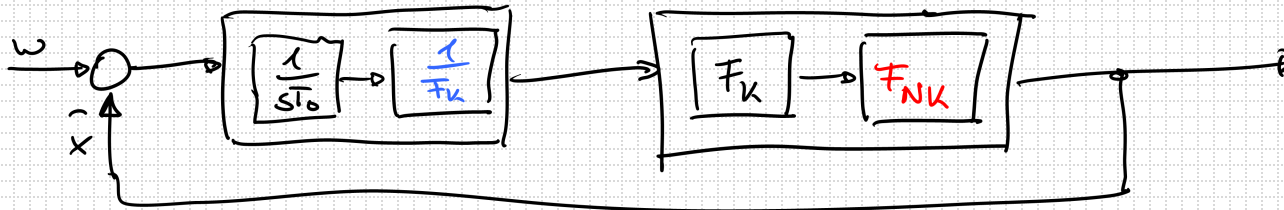
⑤ Sprungantwort hat keine Überschwingen

In Realität: Strecke ist nicht 100% kompensierbar!

- Totzeitglieder (Stromrichter, Messung, Regelung)
- Zeitkonstanten der Messung (T_{gi})

⇒ Regler kompensiert die Strecke mit $\frac{1}{F_k} \neq \frac{1}{F_s}$

kompensierbare Teil der Strecke



kompensierbarer Teil
der Strecke

nicht kompensierbar

$$F_R = \frac{1}{sT_0} \cdot \frac{1}{F_k}$$

↑
R: Regler

offener Regelkreis (siehe Bild Außenstromregelkreis)

$$\bar{F}_0 = \underbrace{\bar{F}_R}_{\text{Regler}} \cdot \underbrace{V_t e^{-sT_t}}_{\text{Stellglied}} \cdot \underbrace{\frac{V_A}{1+sT_A}}_{\text{Auswertkreis}} \cdot \underbrace{V_i \frac{1}{1+sT_{gi}}}_{\text{Messung}}$$

ist nicht kompensierbar

Kompensierbar:

$$\bar{F}_K = V_t \cdot V_A \cdot V_i \cdot \frac{1}{1+sT_A}$$

$$\bar{F}_R = \frac{1}{sT_0} \cdot \frac{1}{\bar{F}_K} = \frac{1+sT_A}{sT_0 \cdot V_t \cdot V_A \cdot V_i}$$

$$= \underbrace{\frac{T_A}{T_0 V_t V_A V_i}}_{K_{Ri}} \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_A} \right) \underbrace{\quad}_{T_{ni}}$$

$\left| \cdot \frac{1}{s} \right|$ $| T_A$ ausklammern

$\Rightarrow$ PI-Regler mit

Reglerverstärkung: K_{Ri}

Nachstellzeit: T_{ni}

noch wählbar: T_0

Einfluss von T_0 auf Regler:

$$K_{Ri} \sim \frac{1}{T_0}$$

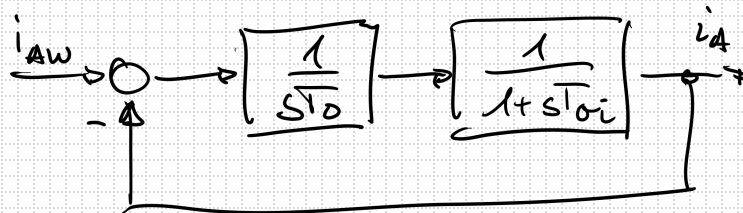
Näherung 1: $T_t \rightarrow PT_1$
 $\rightarrow$ bis ω_1 ist das OK

$$F_{NK} = e^{-T_t s} \cdot \frac{1}{1+sT_{gi}} \approx \underbrace{\frac{1}{1+sT_t}} \cdot \frac{1}{1+sT_{gi}}$$

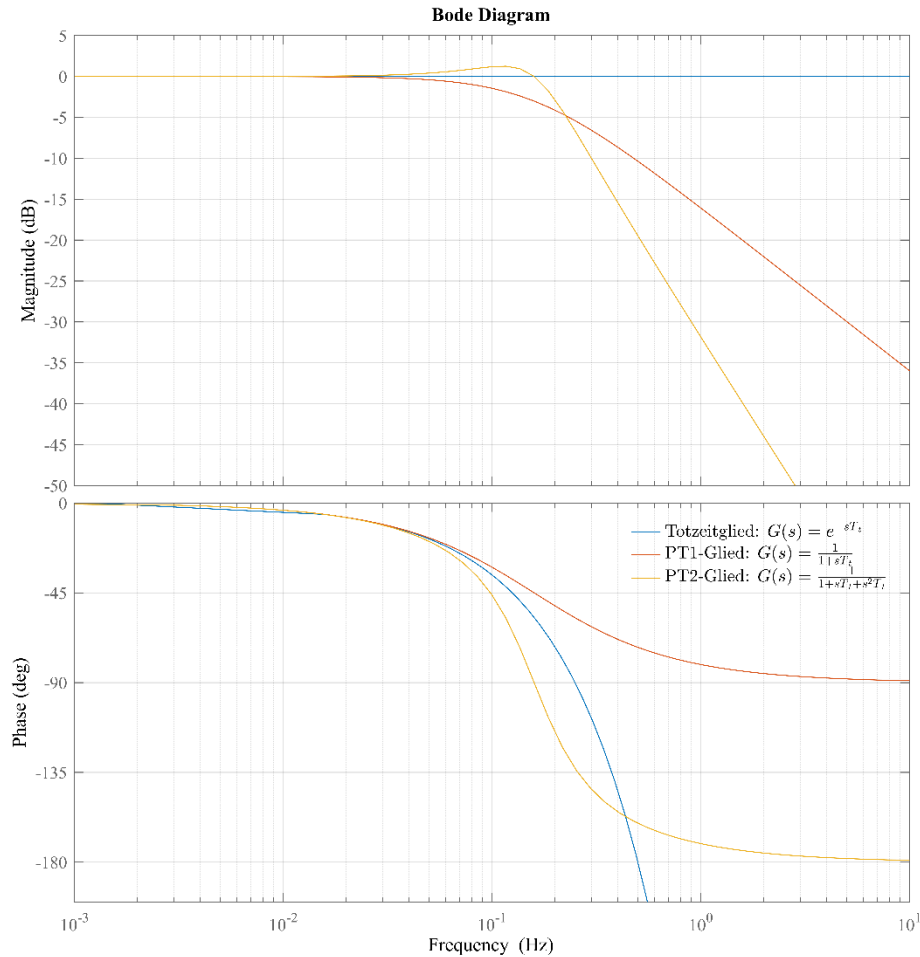
Näherung 2: Serienschaltung von 2 PT_1 -Gliedern als PT_1 -Glieder
 mit Summenzeitkonstante T_{oi}

$$F_{NK} = \frac{1}{1+sT_t} \cdot \frac{1}{1+sT_{gi}} \approx \frac{1}{1+s(\underbrace{T_t+T_{gi}}_{T_{oi}})}$$

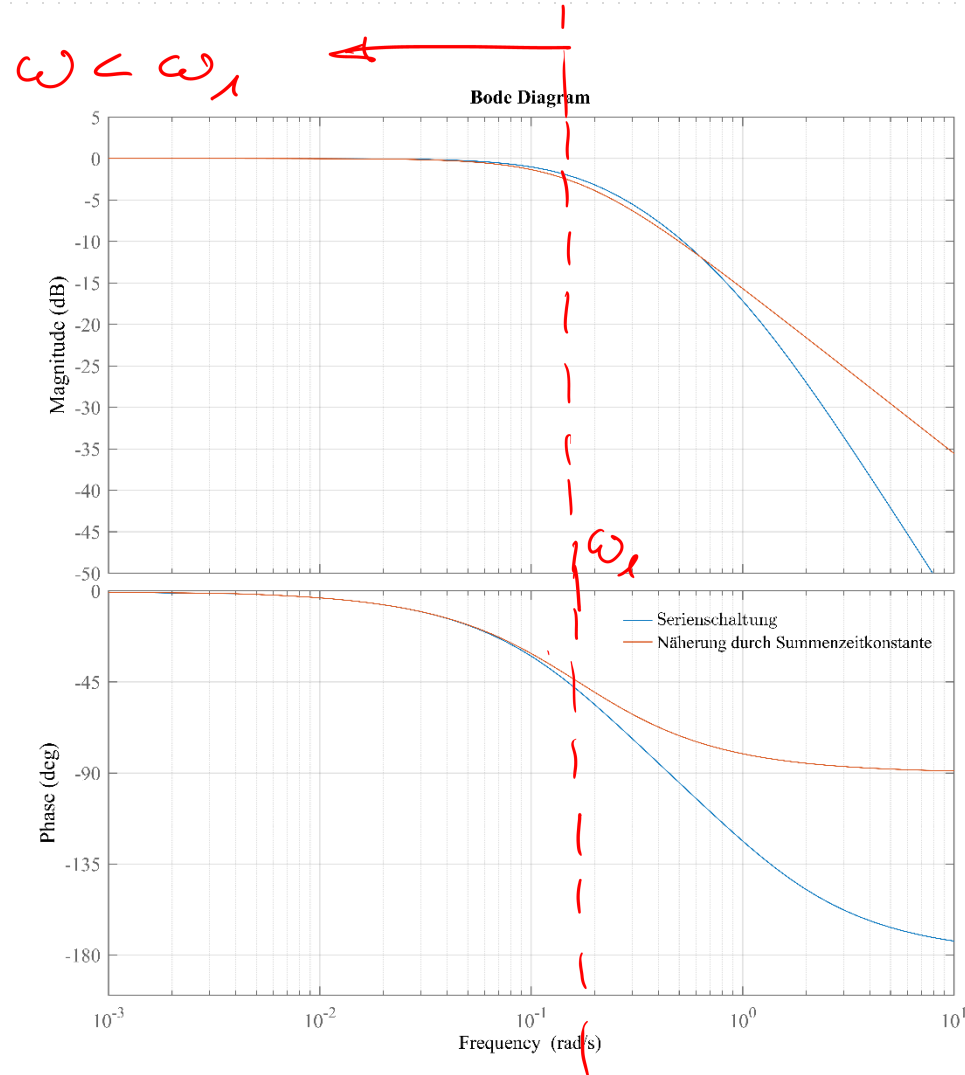
Damit:



Näherung 1: Totzeitglied → PT1-Glied



Näherung 2: zwei PT1-Glieder in Serie → ein PT1-Glied mit Summenzeitkonstante



offenes Regelkreis:

$$\overline{F}_o = \frac{1}{sT_o} \cdot \overline{F}_{NK}$$

geschlossener Regelkreis

$$\overline{F}_w = \frac{\frac{\overline{F}_{NK}}{sT_o}}{1 + \frac{\overline{F}_{NK}}{sT_o}} = \frac{1}{1 + \frac{sT_o}{\overline{F}_{NK}}}$$

mit $\overline{F}_{NK} = \frac{1}{1+sT_{oi}}$ wird daraus

$$\overline{F}_w = \frac{1}{1+sT_o(1+sT_{oi})} = \frac{1}{1+sT_o+s^2T_oT_{oi}}$$

PT₂-Glied

Koeffizientenvergleich mit

$$\overline{F}_w = \frac{1}{1+2dTs+s^2T^2}$$

$$\omega_E = \frac{1}{\sqrt{T_o T_{oi}}} \quad \text{Eckfrequenz}$$

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_o}{T_{oi}}} \quad \text{Dämpfung}$$

T_0 bestimmt:

- ω_E
- d
- Anregelzeit
- Überschwinger

} prinzipiell frei wählbar!

Einstellung nach dem "Betragsoptimum":

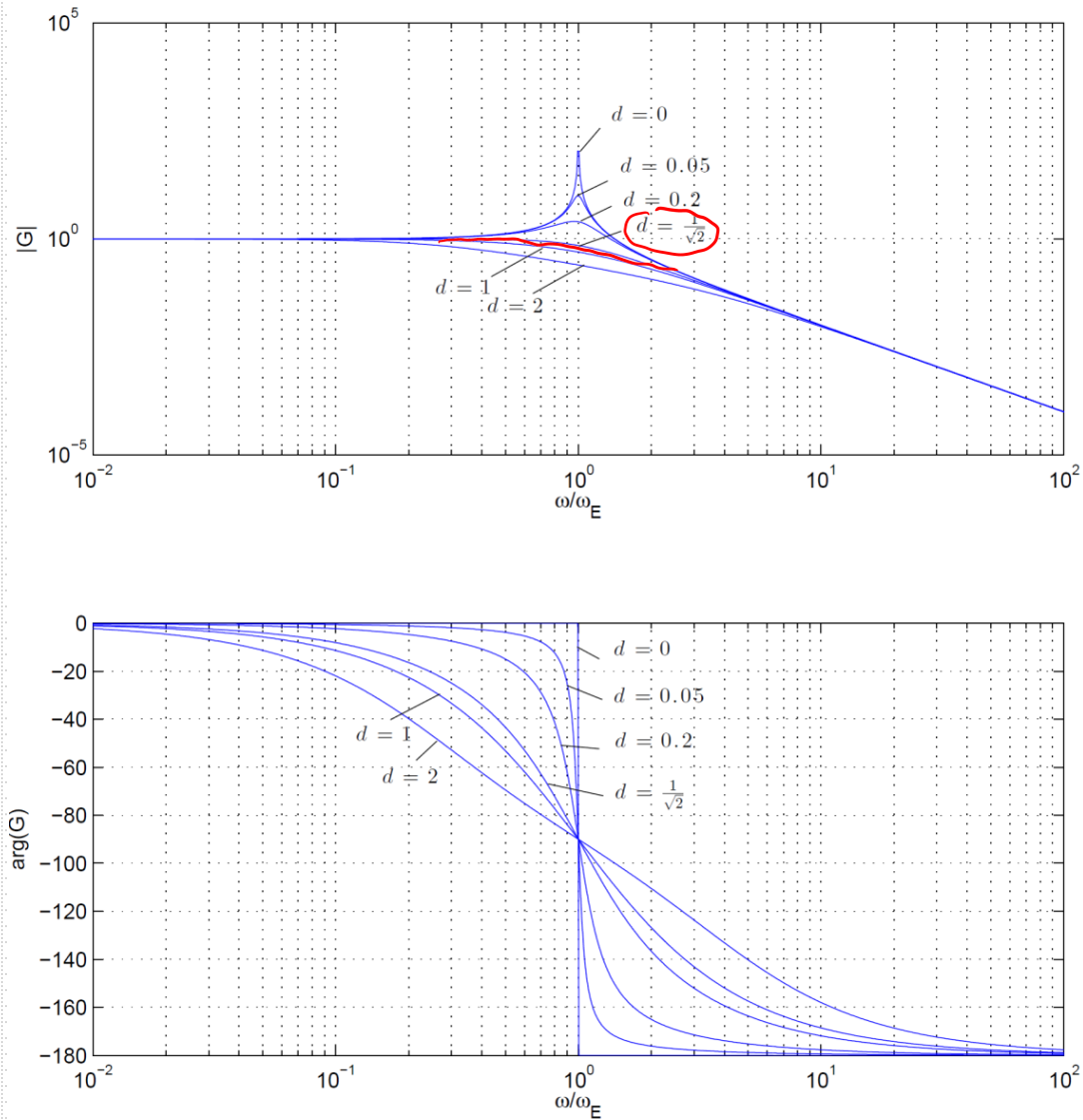
$$\boxed{d \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2 \cdot T_{0i}}$$

Damit:

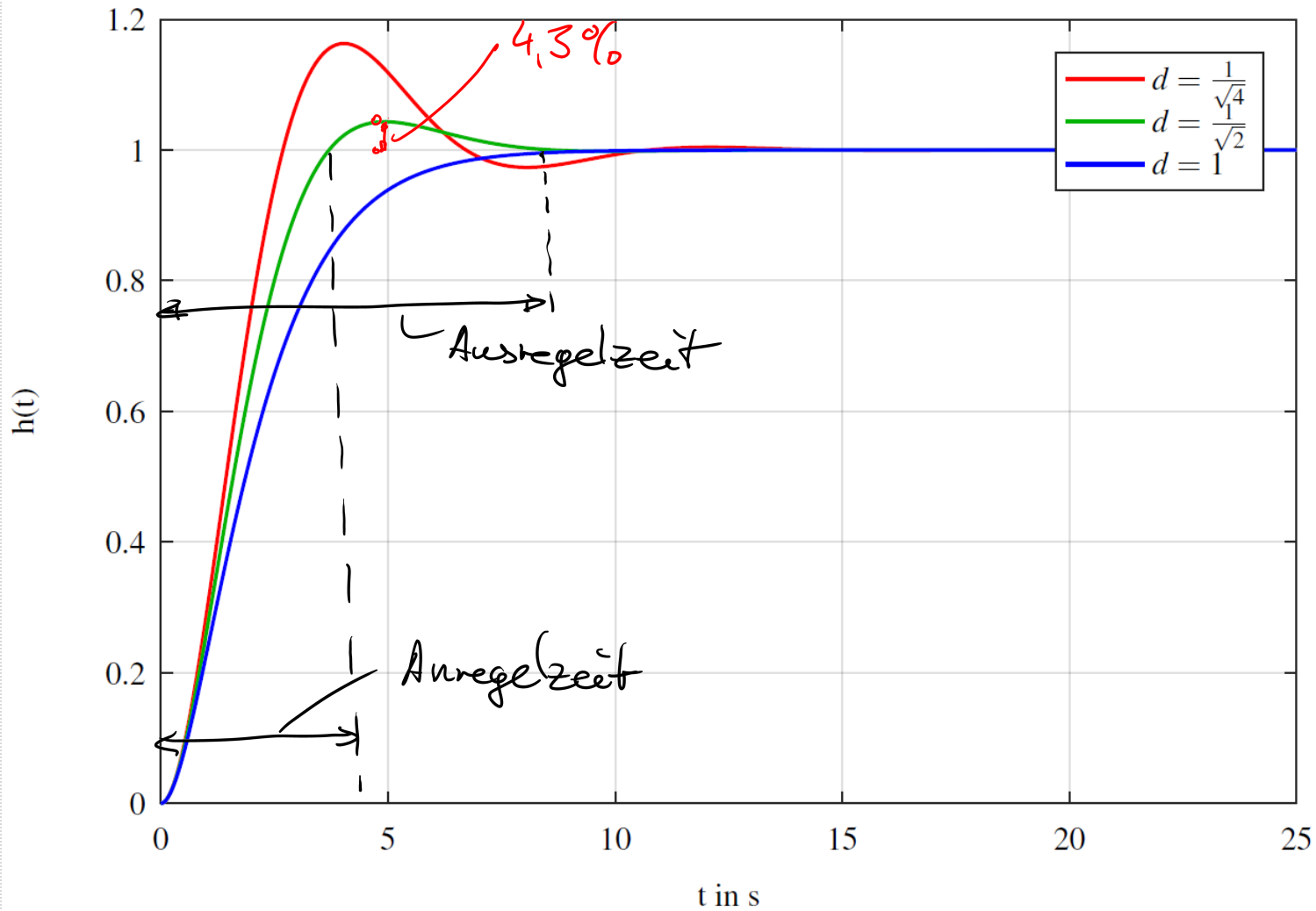
4,3% Überschwinger
4,5 T_{0i} Anregelzeit

} Wenn Näherungen
zu 100% zutreffen

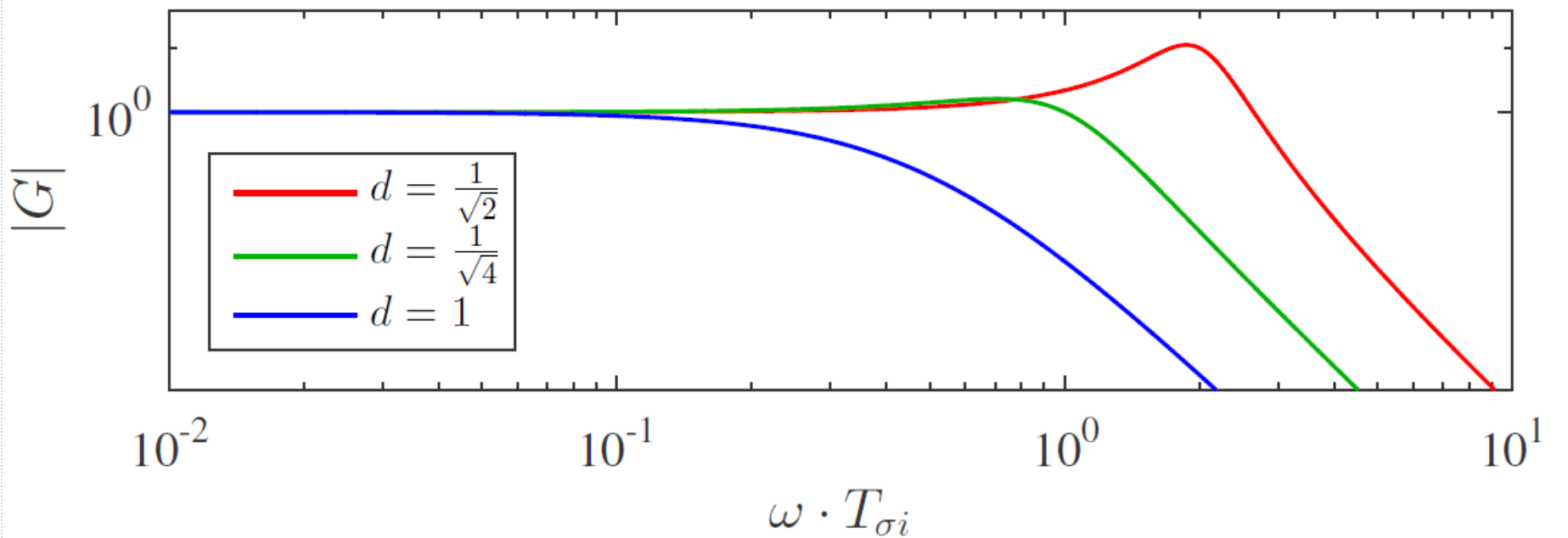
Bodediagramm PT2-Glied



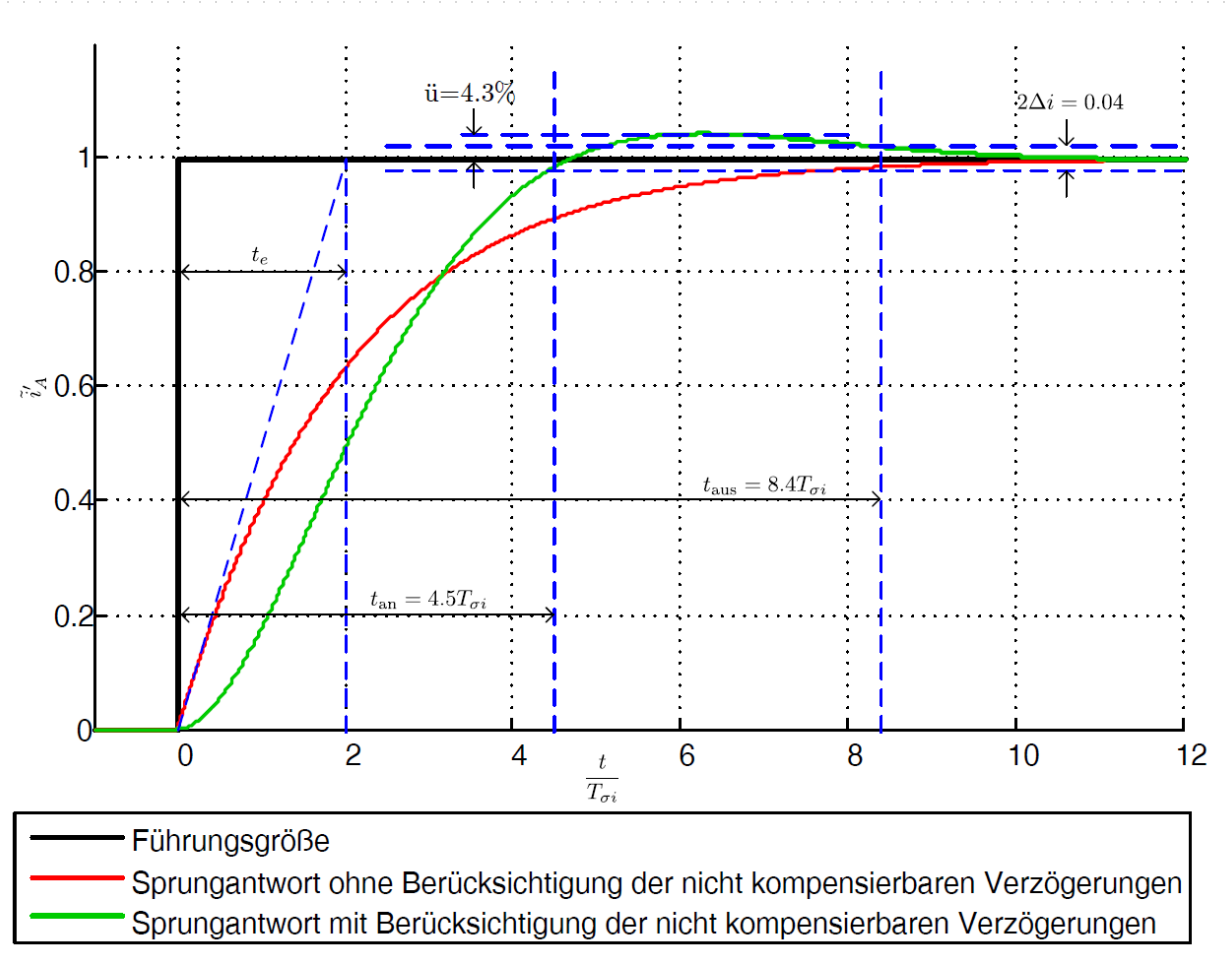
Sprungantwort PT2-Glied



Amplitudengang für den geschlossenen Regelkreis



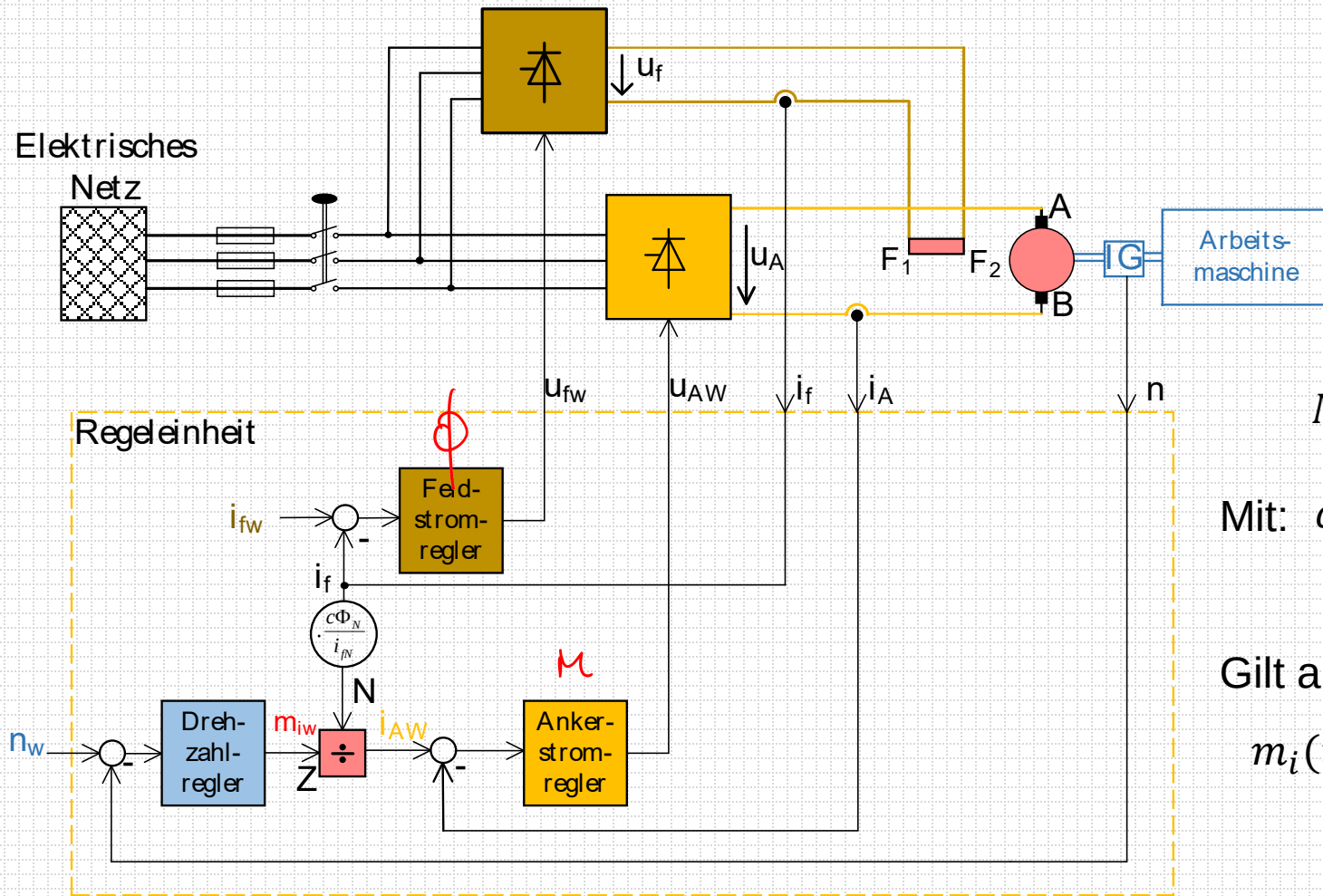
Sprungantwort Vergleich



3.3. Drehzahlregelung der Gleichstrommaschine

Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

Blockschaltbild Gleichstrommaschine



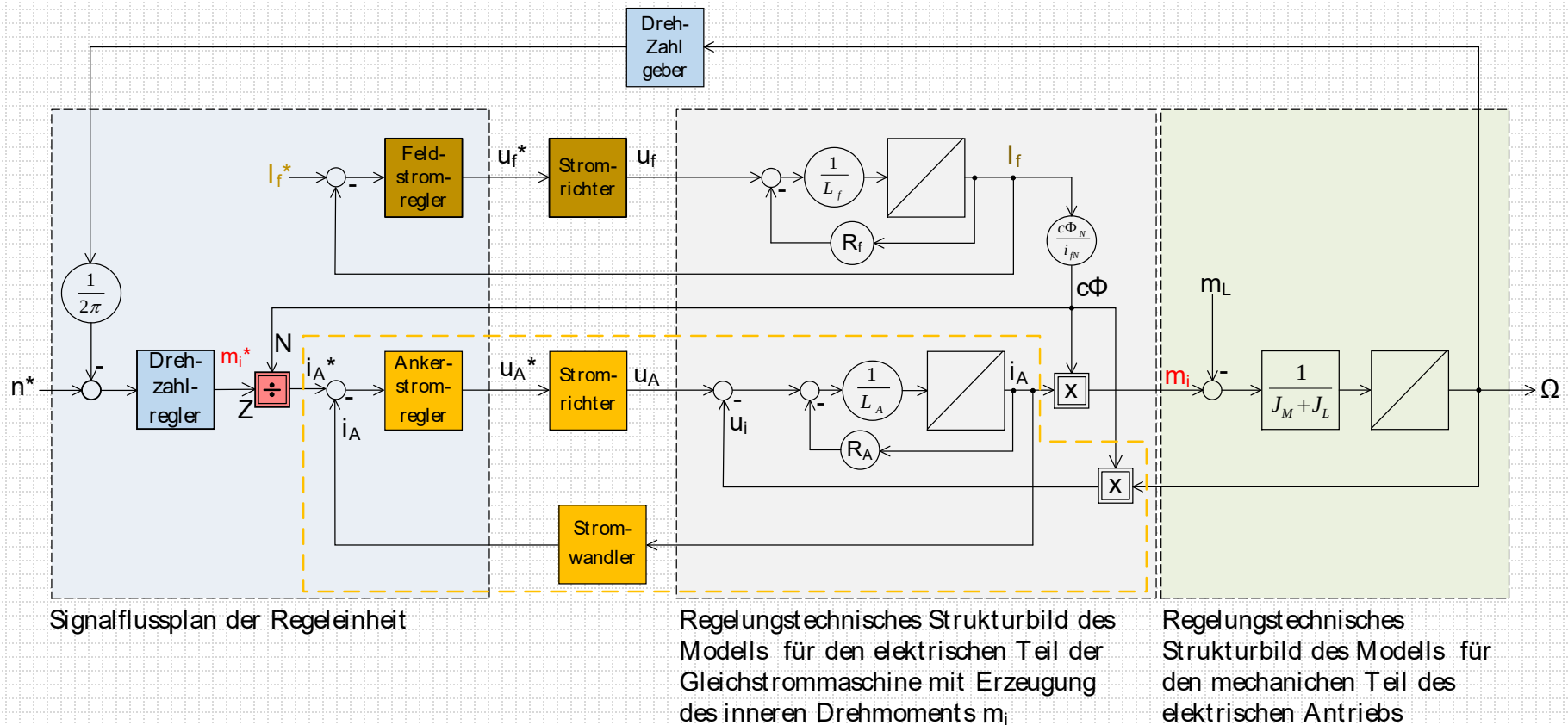
$$M_i = c\phi \cdot I_A$$

Mit: $c\phi = c\phi_N \cdot \frac{i_f}{I_{f,N}}$

Gilt auch dynamisch:

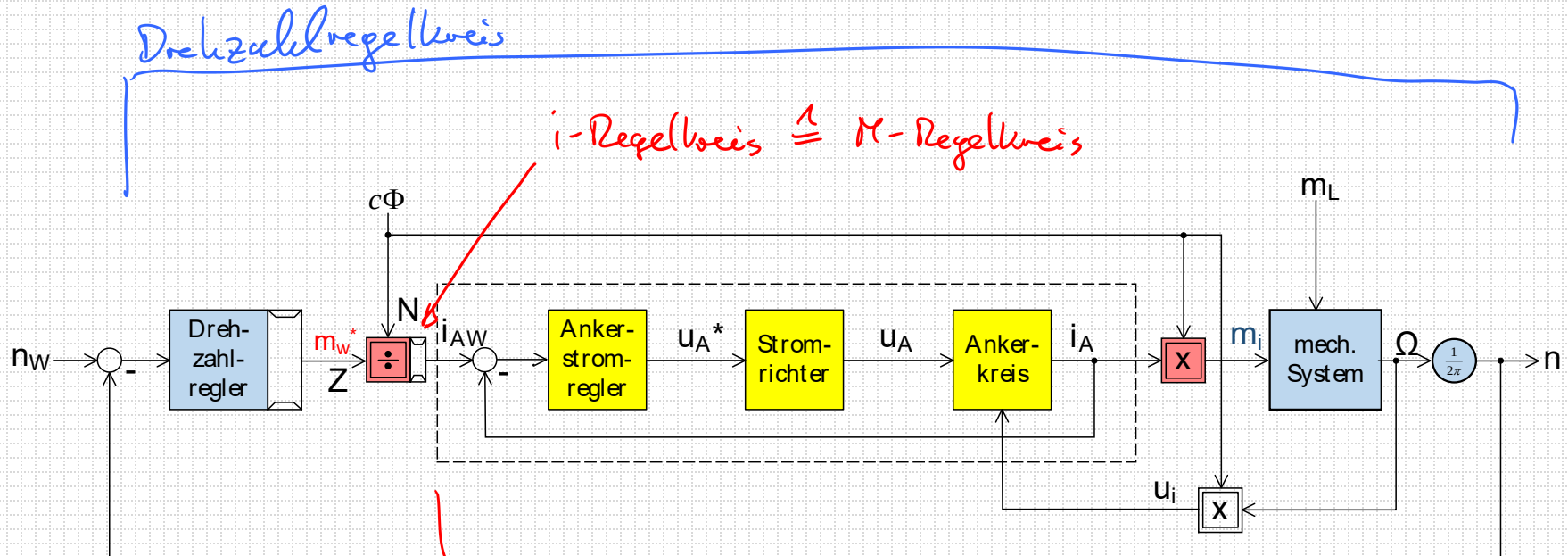
$$m_i(t) = c\phi \cdot i_A(t)$$

Modellbildung Gleichstrommaschine



$$T_0 = 2 T_{\sigma i}$$

Signalflussplan Drehzahlregelkreis Gleichstrommaschine



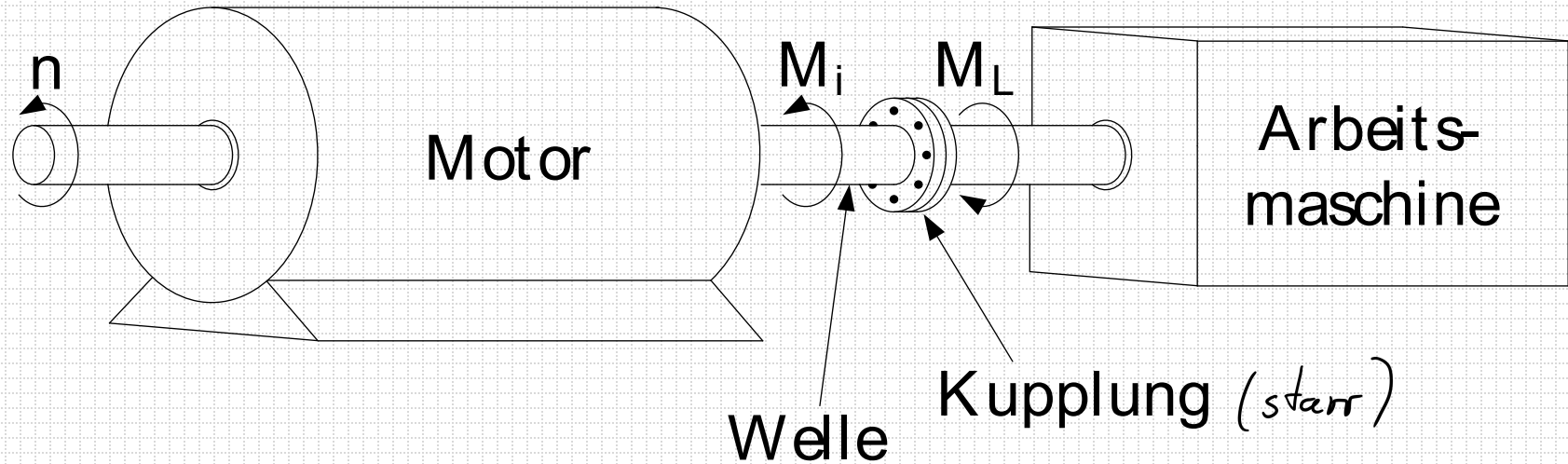
Ankerstromregelkreis

Betragsoptimum: $T_0 = 2 \cdot T_{\sigma i}$

$\Rightarrow$ geschl. Regelkreis $\hat{=}$ PT_2 -Glied:

$$F_{wi} = \frac{1}{1 + s 2 T_{\sigma i} + s^2 4 T_{\sigma i}^2}$$

Modellbildung Drehzahlregelkreis – mech. Teilsystem



$n =$	$=$ Drehzahl [Umdrehungen / s]
$\Omega = 2\pi n$	$=$ Drehzahl [rad / s]
$= \dot{\beta}$	$=$ Winkelgeschwindigkeit
$\beta = \int \Omega dt$	$=$ Drehwinkel

Modellbildung Drehzahlregelkreis – mech. Teilsystem

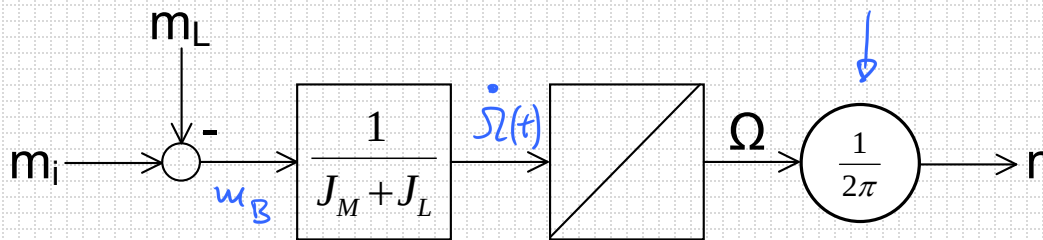
$$m_B = m_i - m_L = (J_M + J_L) \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega(t) = \frac{1}{J_M + J_L} \cdot \int m_B dt + \Omega_0}$$

Bewegungsgleichung

gilt allgemein

$$\Omega = 2\pi n$$

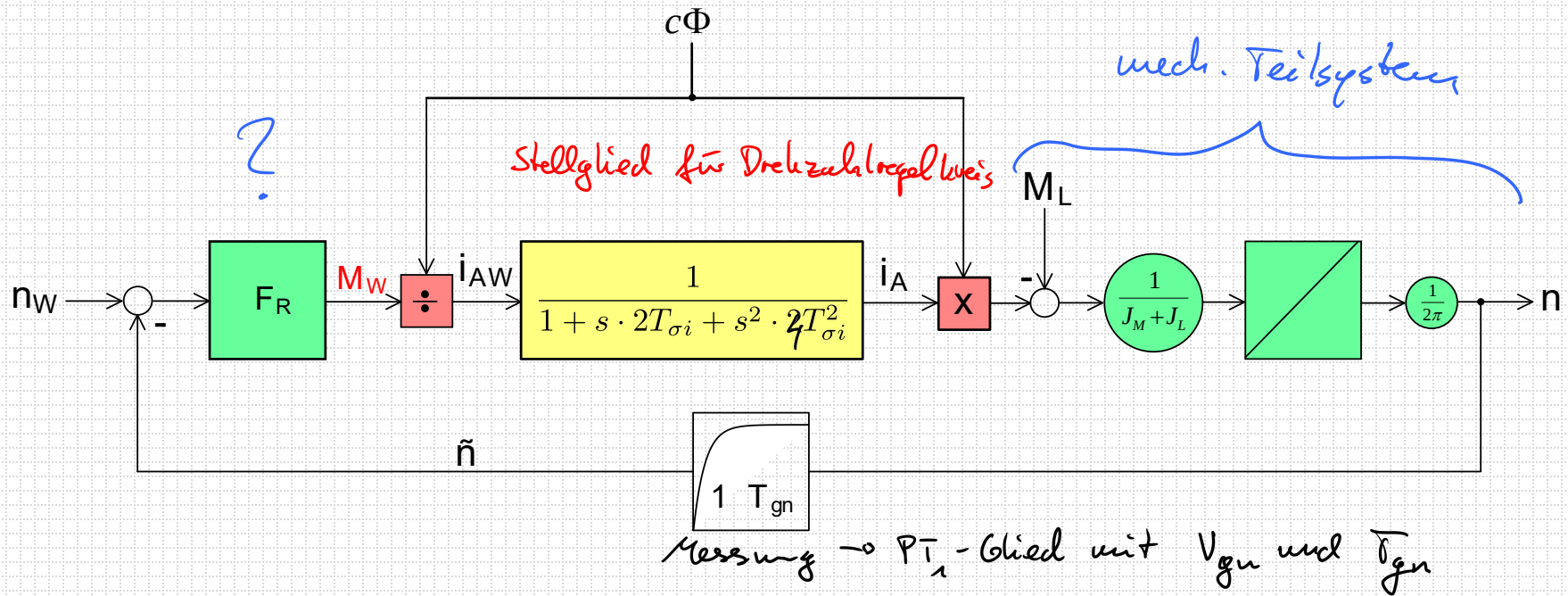


$$G(s) = \frac{n(s)}{m_i(s) - m_L(s)} = \frac{1}{J_M + J_L} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{2\pi}$$

Trägheitsmoment & konstant (pointing to $J_M + J_L$)
Integrator (pointing to $1/s$)

Regelungstechnisches Strukturbild des Zusammenhangs zwischen Drehmoment und Drehzahl

Drehzahlregelkreis



Regelungstechnisches Strukturbild des Drehzahlregelkreises mit der Übertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises

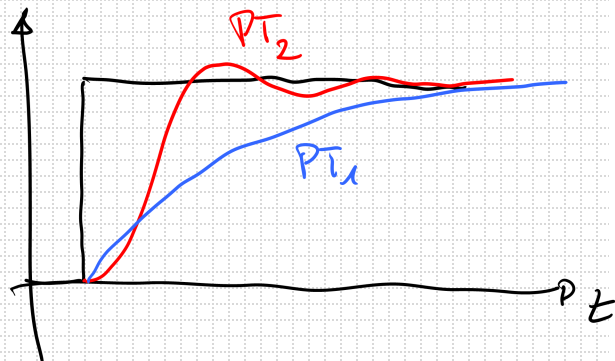
Näherung des unterlagerten Stromregelkreises

$$F_{wi} = \frac{F_{oi}}{1 + F_{oi}}$$

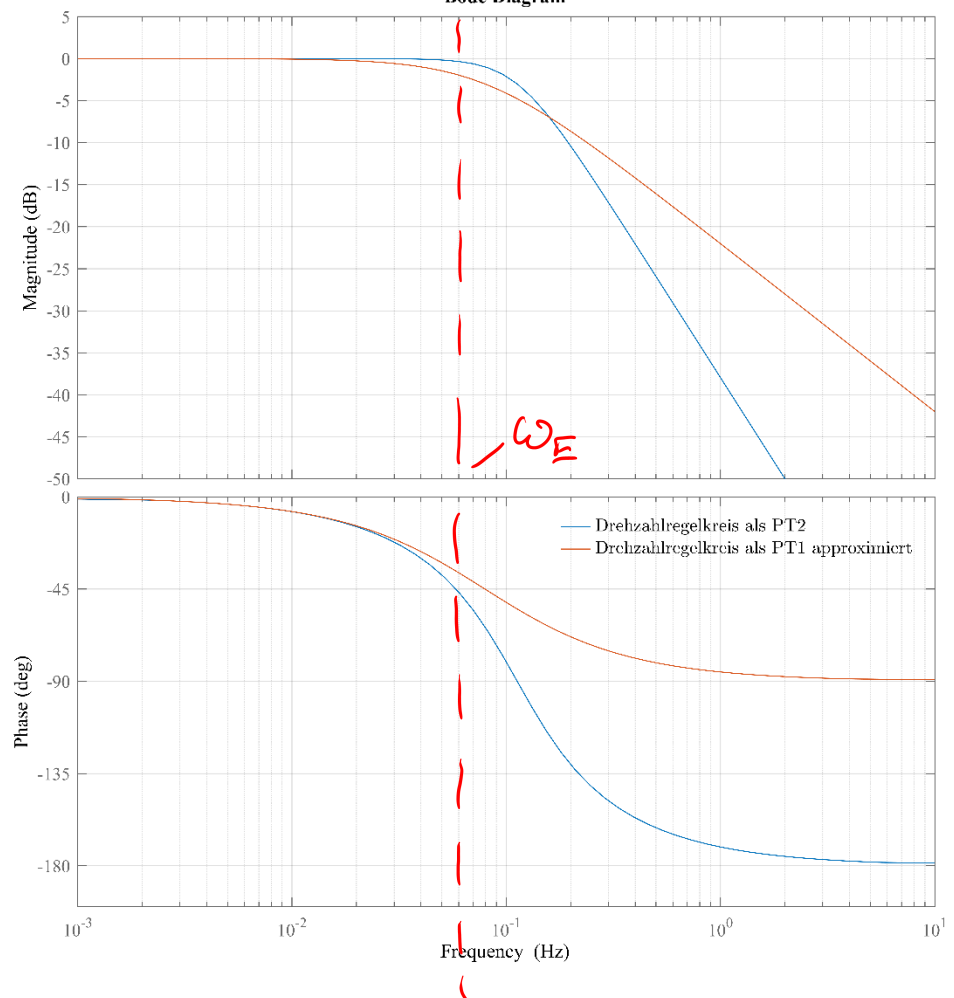
$$= \frac{1}{1 + s2T_{oi} + \cancel{s^2 4T_{oi}^2}}$$

$$\approx \frac{1}{1 + s2T_{oi}}$$

Näherung nur bis ω_E gültig
 $\Downarrow$
 für Regelventurung ist
 $\omega < \omega_E$



Näherung ist OK $\leftarrow$ $\rightarrow$ Näherung nicht zulässig



nicht kompensierbare Zeitkonstanten:

1. Stromregelkreis

2. Messvergleicher

$$\underbrace{\frac{1}{1 + 2T_{oi}}}_{\text{Stromregelkreis}} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 + sT_{gn}}}_{\text{Messung}}$$

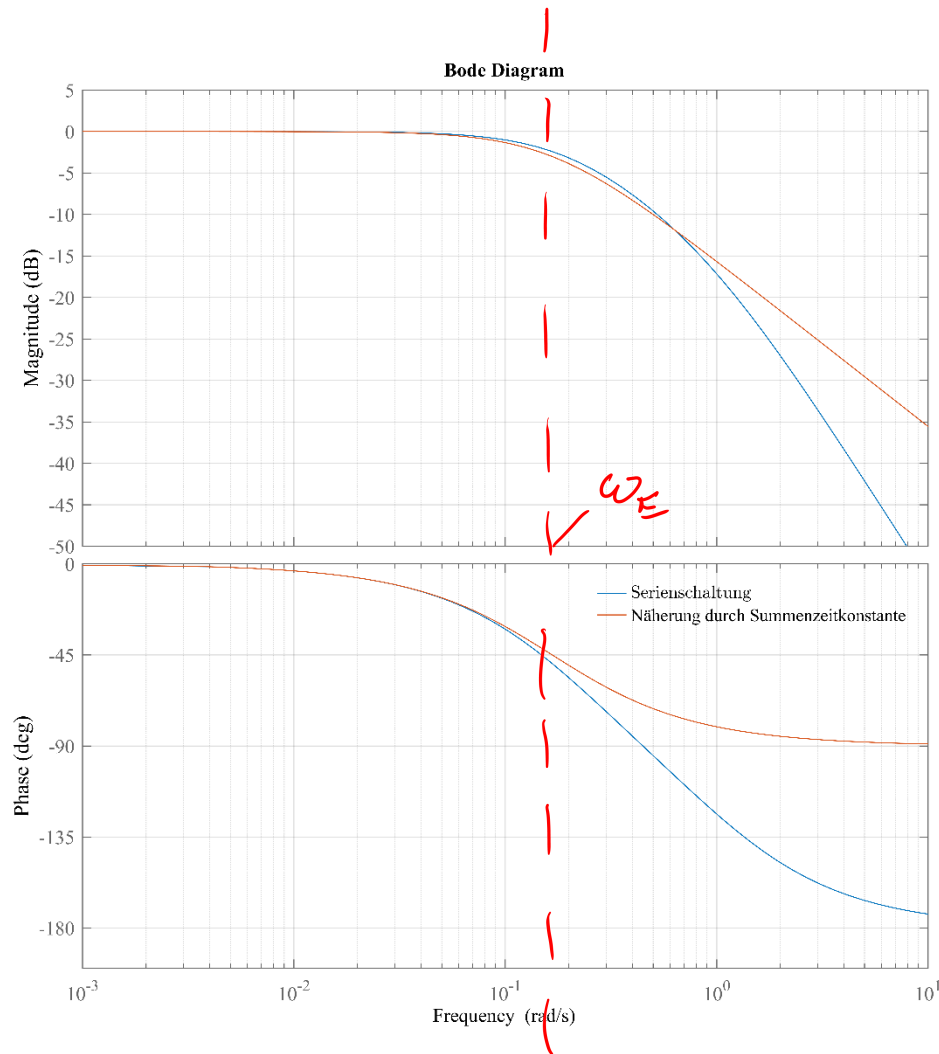
Näherung als Serienschaltung zweier PT_1 -Gliedern

$$\approx \frac{1}{1 + sT_{on}}$$

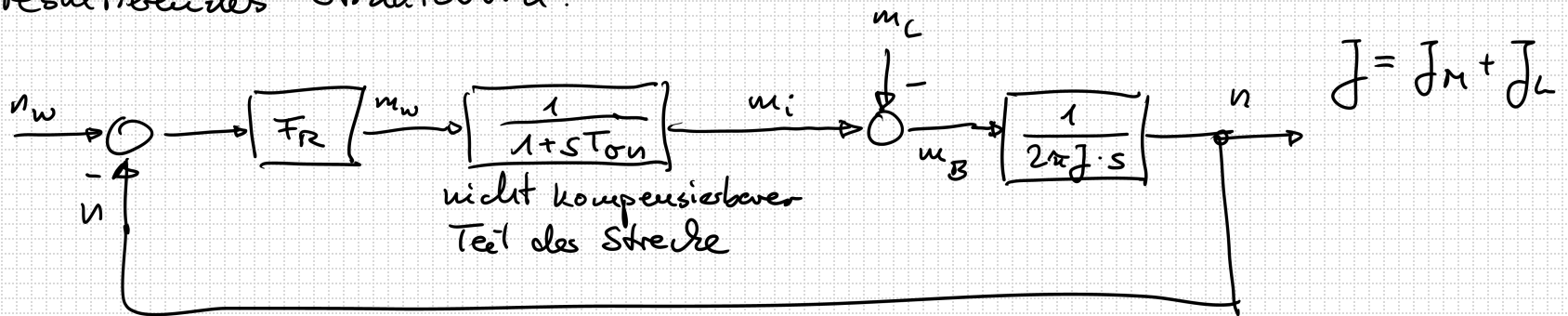
Summenzeitkonstante

$$T_{on} = T_{gn} + 2T_{oi}$$

Näherung zweier PT1-Glieder durch ein PT1-Glied mit Summenzeitkonstante



resultierendes Strukturbild:



Regler? $\rightarrow$ Strecke: I-Verhalten

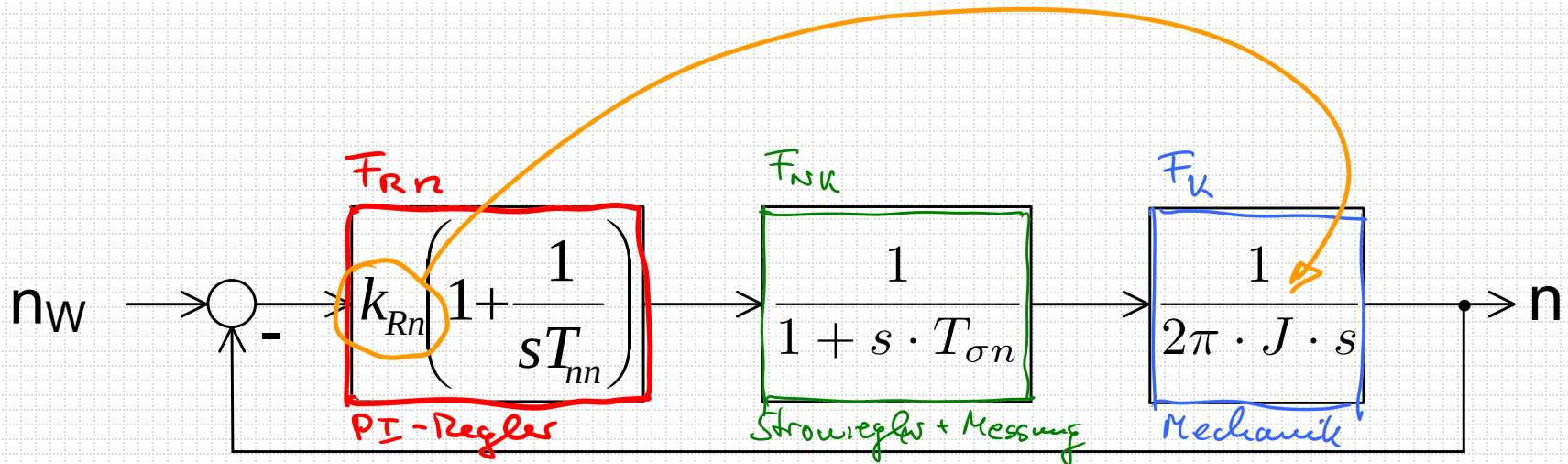
$\Rightarrow$ Regler bei ω_D : P-Verhalten

Regler bei $\omega \rightarrow 0$: I-Verhalten

$\hookrightarrow$ Grund: Störgröße m_L greift vor Integrator der Strecke ein.

$\Rightarrow$ PI-Regler

Drehzahlregelkreis – Definition Ersatzzeitkonstante



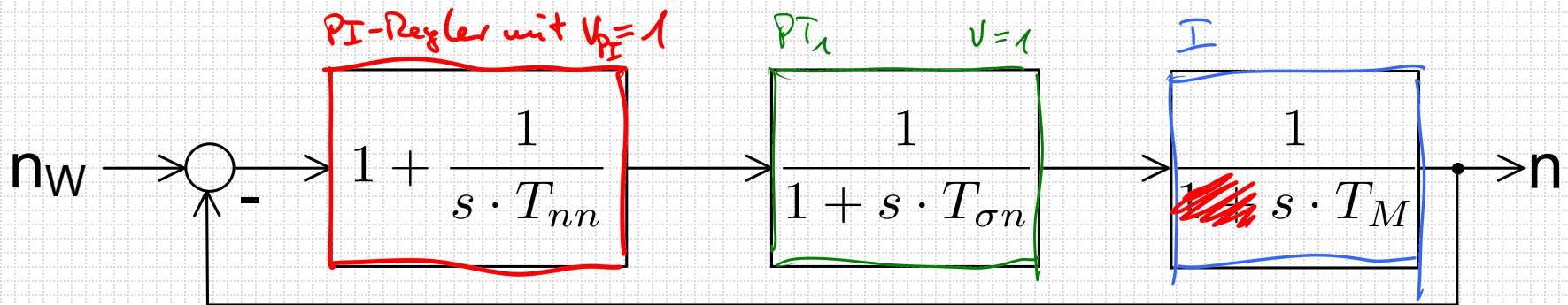
Definition:
Ersatzzeitkonstante

$$T_M = \frac{2\pi J}{k_{Rn}} \Rightarrow \frac{1}{s T_M}$$

$\Rightarrow V_{PI} = 1$

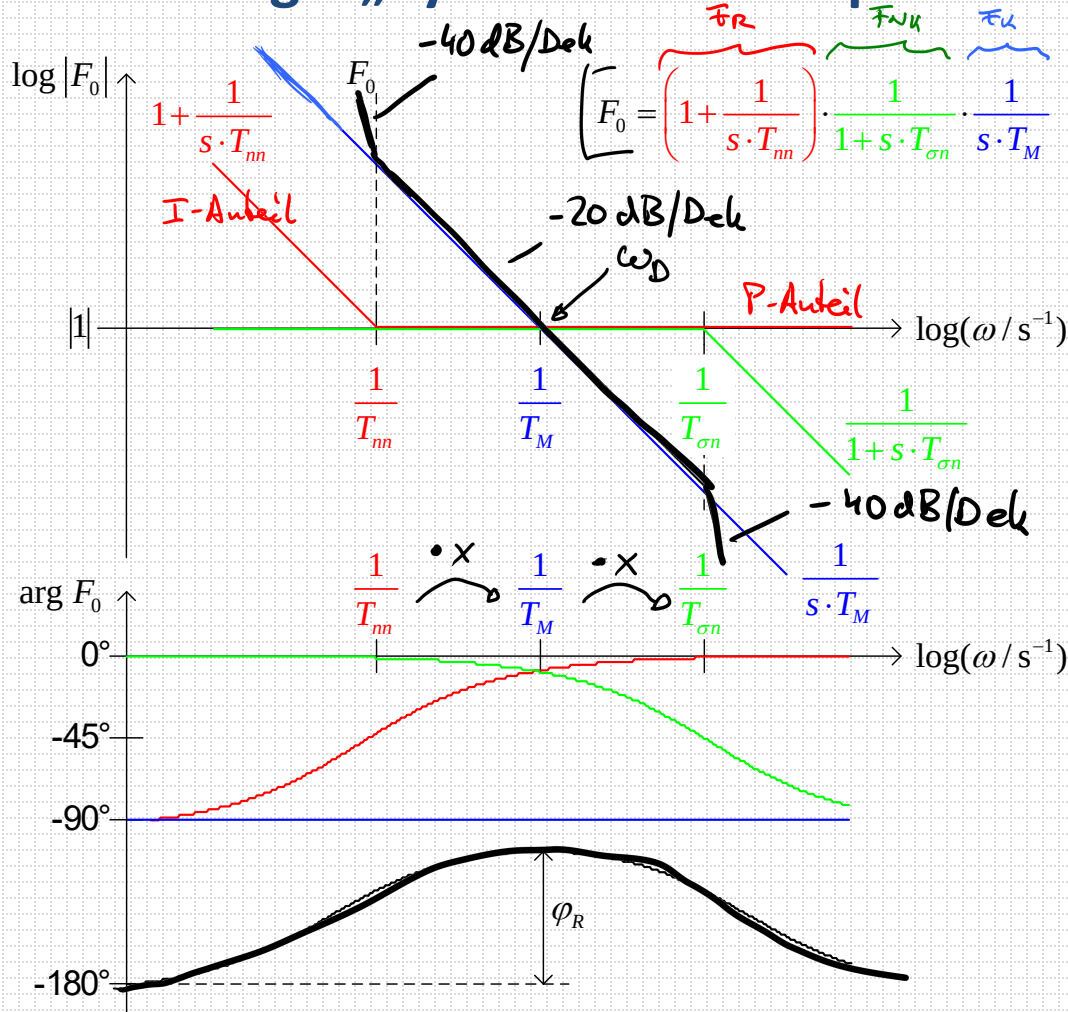
Regelungstechnisches Strukturbild des Drehzahlregelkreises mit der Ersatzzeitkonstante

Drehzahlregelkreis mit Ersatzzeitkonstante



Modifiziertes regelungstechnisches Strukturbild des Drehzahlregelkreises

Einstellregel „Symmetrisches Optimum“



Amplituden- und Phasengang des offenen Regelkreises

$$\omega_D = \omega \Big|_{|F_0|=1}$$

P-Teil des Reglers bestimmt wieder ω_D über

$$T_M = \frac{2\pi f}{k_{RN}}$$

wenn gilt:

$$T_{nn} > T_M > T_{on}$$

Bed. der Näherung
des Stecks

da dann

$$|F_R| = |F_{PK}| = 1$$

$$\text{und } |F_K| = f(T_M)$$

„Symmetrisches Optimum“

$$\frac{1}{T_M} = \sqrt{\frac{1}{T_{nn}} \cdot \frac{1}{T_{on}}}$$

$$T_M = \sqrt{T_{nn} \cdot T_{on}}$$

wählbar

durch Strecke fest

- je größer T_{nn} , desto stabiler, aber auch langsamer (→ Nachstellzeit)
- gängiger Kompromiss :

$$\begin{aligned} T_{nn} &= 4 \cdot T_{on} \\ T_n &= 2 \cdot T_{on} \end{aligned}$$

"Symm. Optimum"

⊖ hoher Überschwinger bei Sollwertsprünge

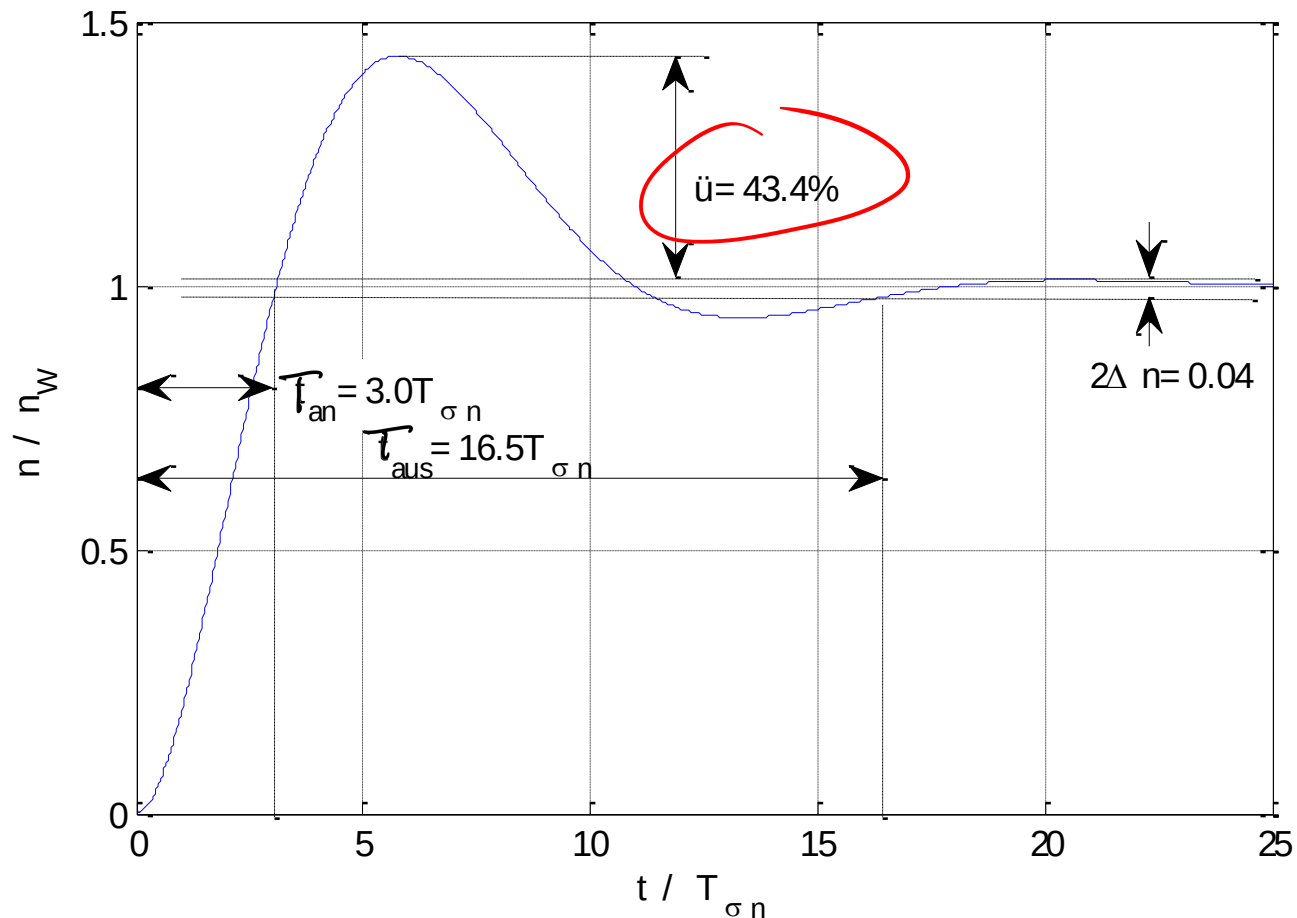
⊕ gute Störgrößen ausregelung

$$F_R = \frac{2\pi J}{T_n} \left(1 + \frac{1}{s \cdot 4T_{on}} \right) = \frac{\pi J}{T_{on}} \left(1 + \frac{1}{s \cdot 4T_{on}} \right)$$

$\uparrow$
 T_n

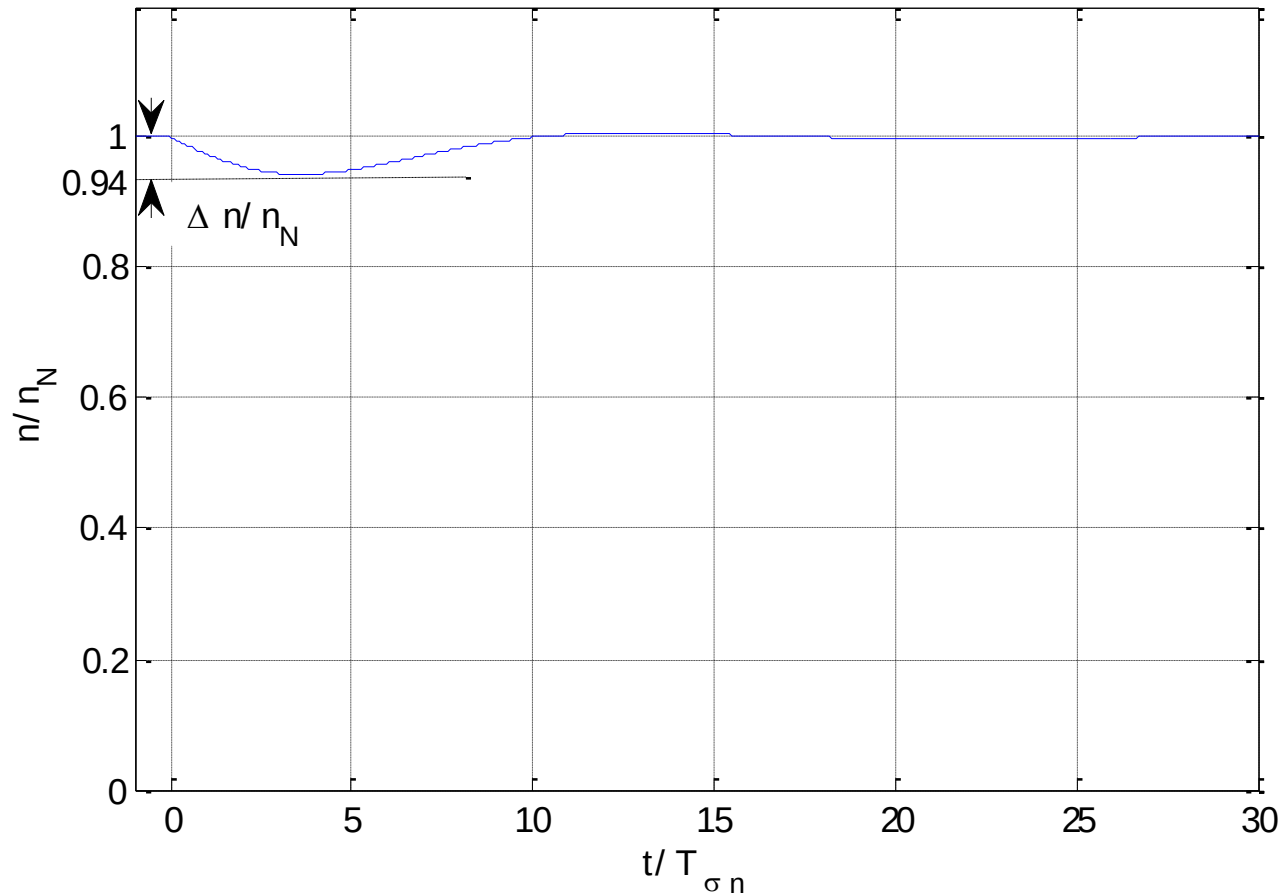
$$F_{wn} = \frac{1 + s \cdot 4 \cdot T_{on}}{1 + s \cdot 4 T_{on} + s^2 \cdot 8 T_{on}^2 + s^3 \cdot 8 \cdot T_{on}^3}$$

Sprungantwort mit symm. Optimum



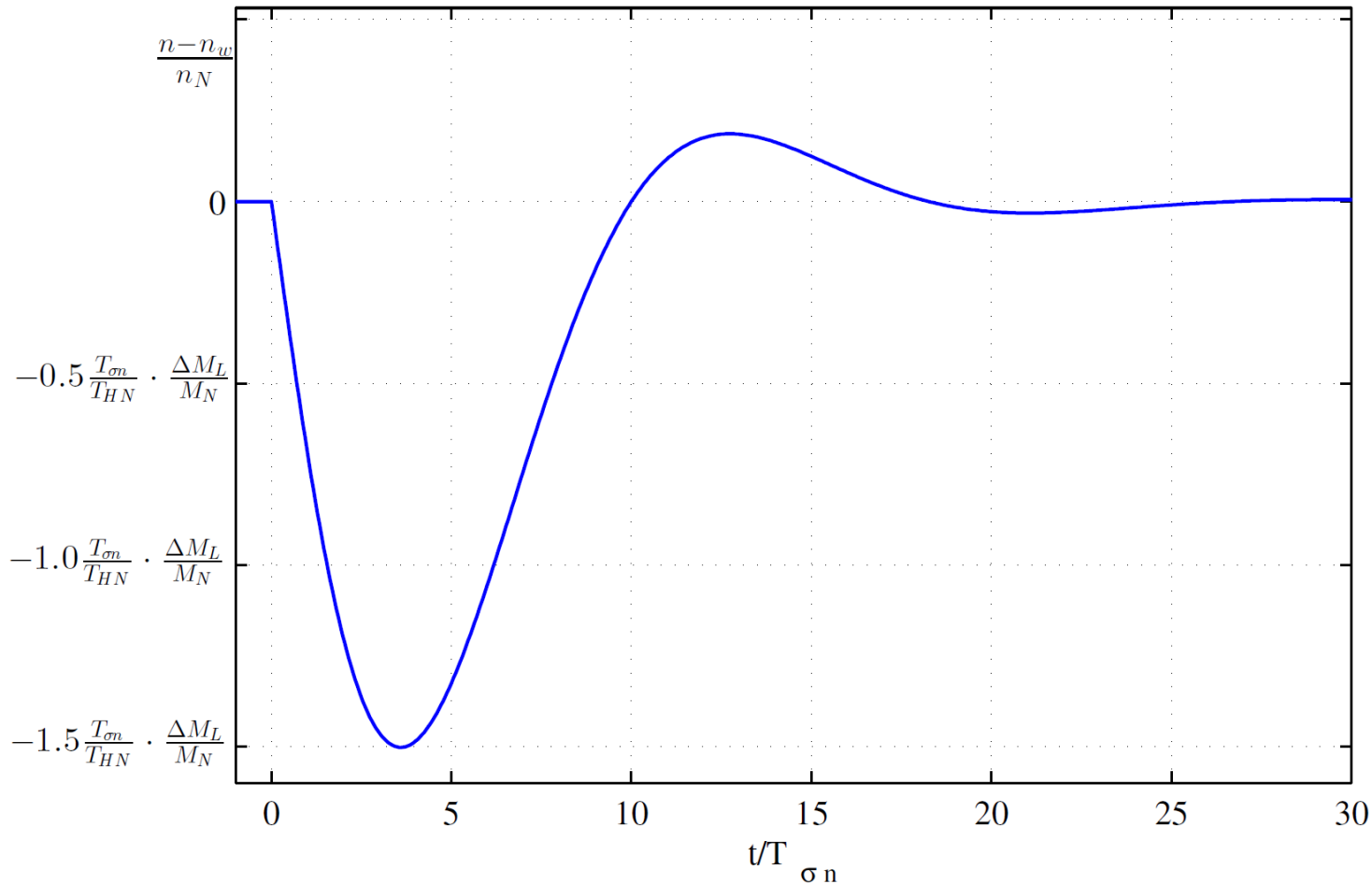
Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises bei einem Führungsgrößensprung

Störausregelung mit symm. Optimum



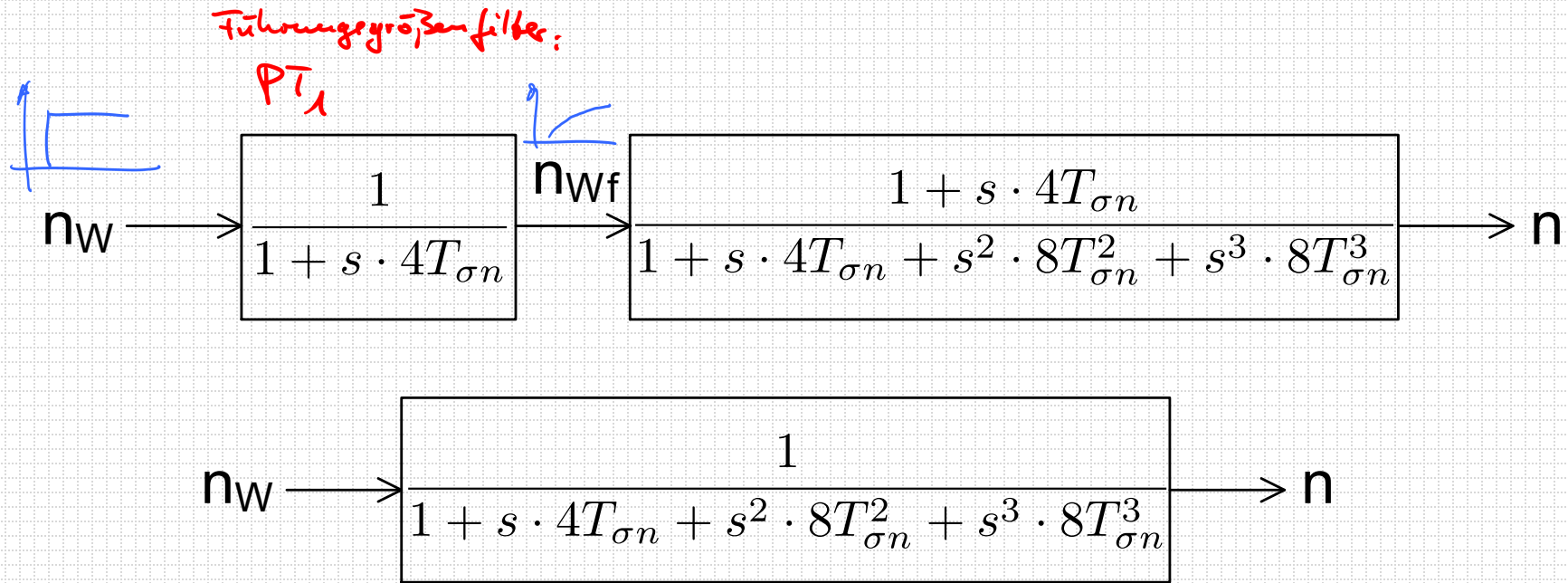
Drehzahlabweichung bei einem Lastmomentsprung

Störausregelung mit symm. Optimum



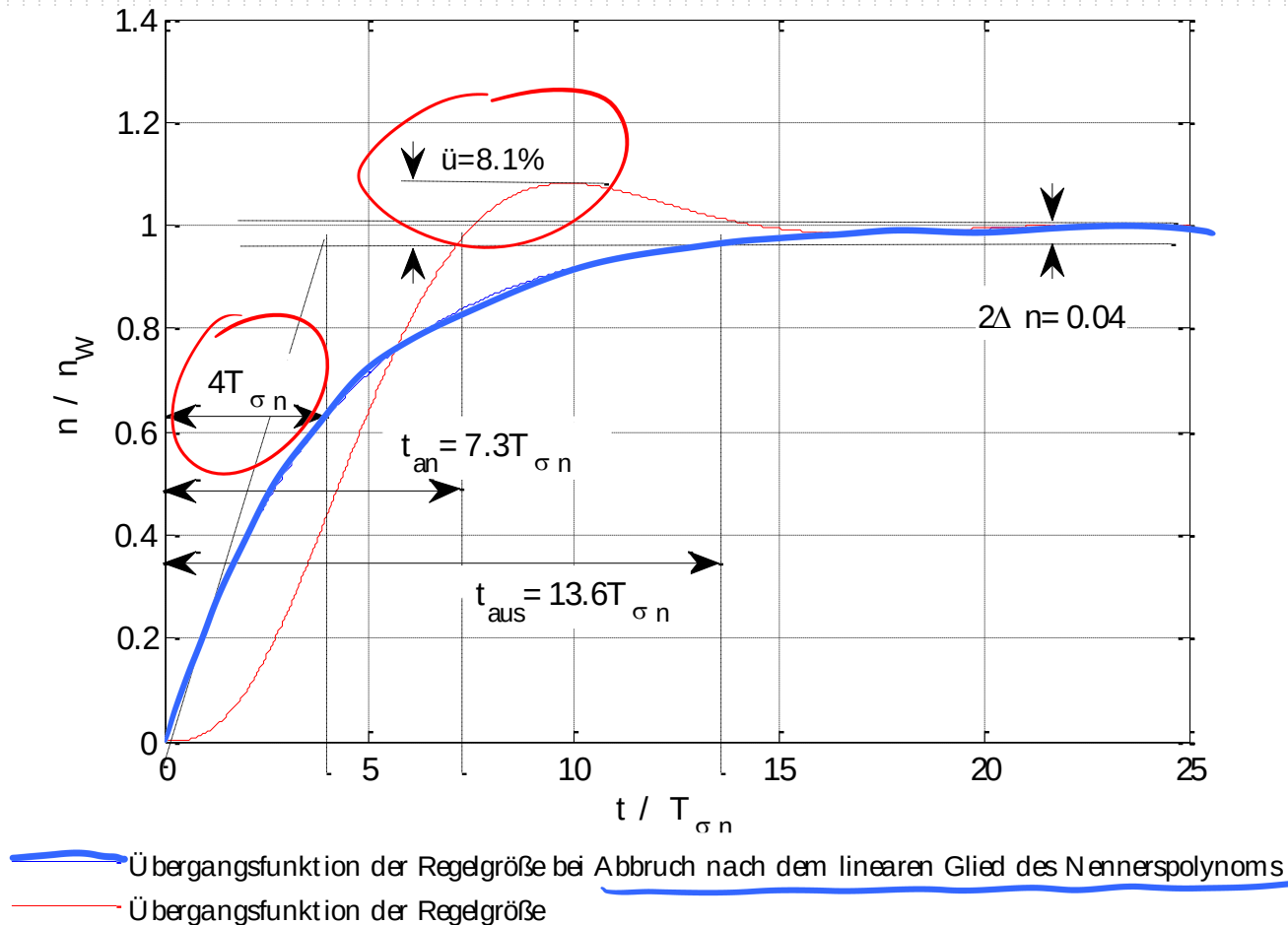
Detailliertere Darstellung der Drehzahlabweichung in Abhängigkeit von der Höhe des Lastmomentsprungs

Führungsgrößenfilter



Regelungstechnisches Blockschaltbild des Führungsverhaltens des Drehzahlregelkreises mit Führungsgrößenfilter

Sprungantwort Symm. Optimum & Führungsgrößenfilter

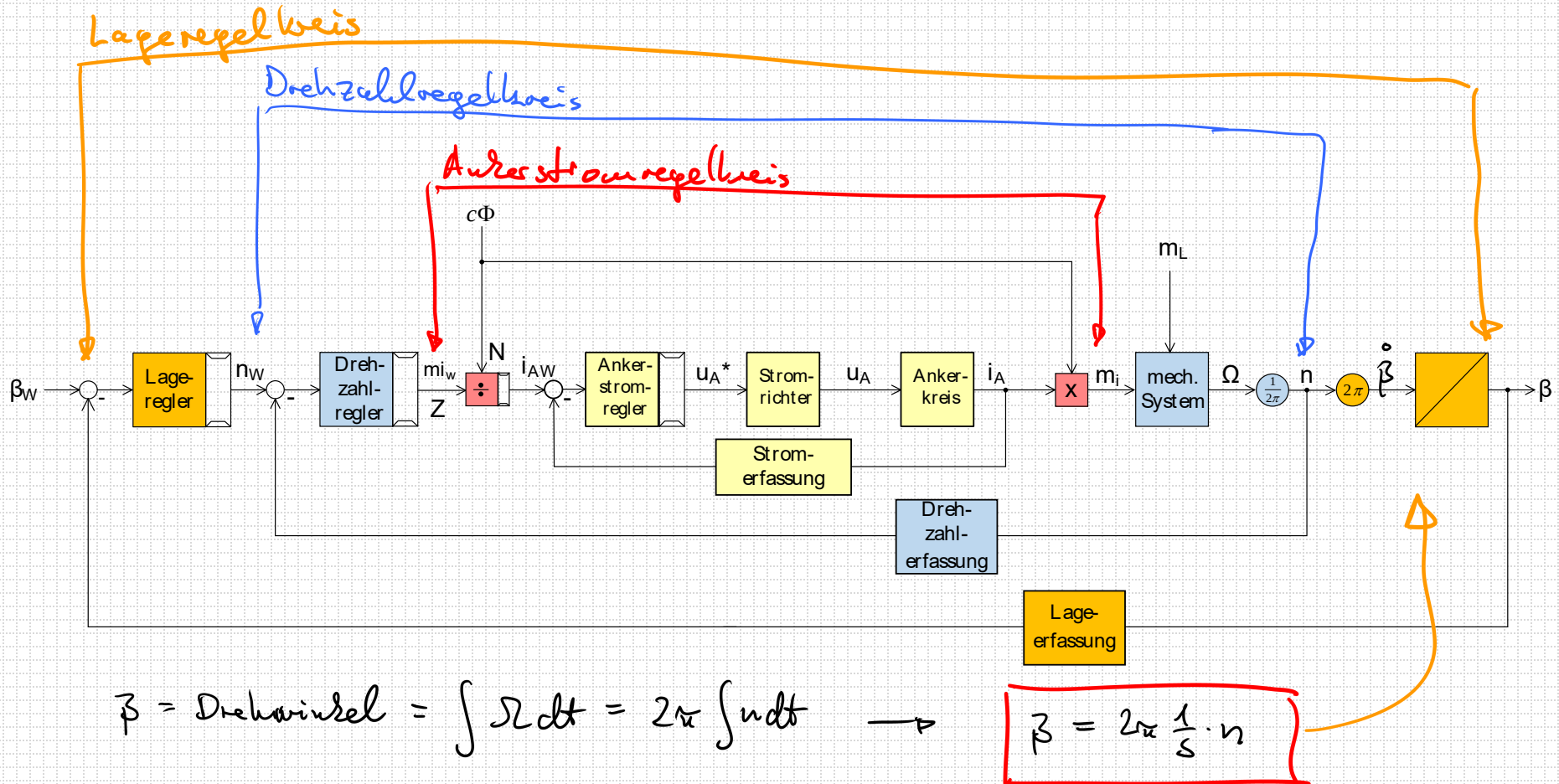


Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises mit Führungsgrößenfilter

3.4. Lageregelung der Gleichstrommaschine

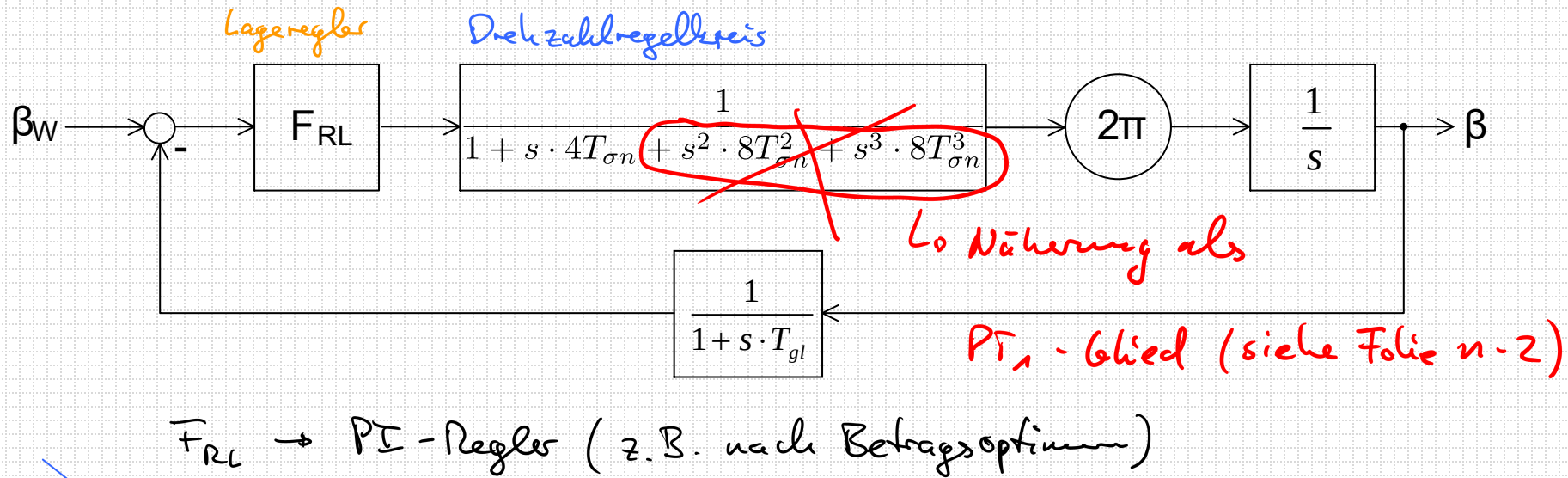
Elektrotechnisches Institut – Elektrische Antriebe und Leistungselektronik

3.4. Lageregelung der Gleichstrommaschine



Signalflussplan des Lageregelkreises mit unterlagertem Drehzahlregelkreis

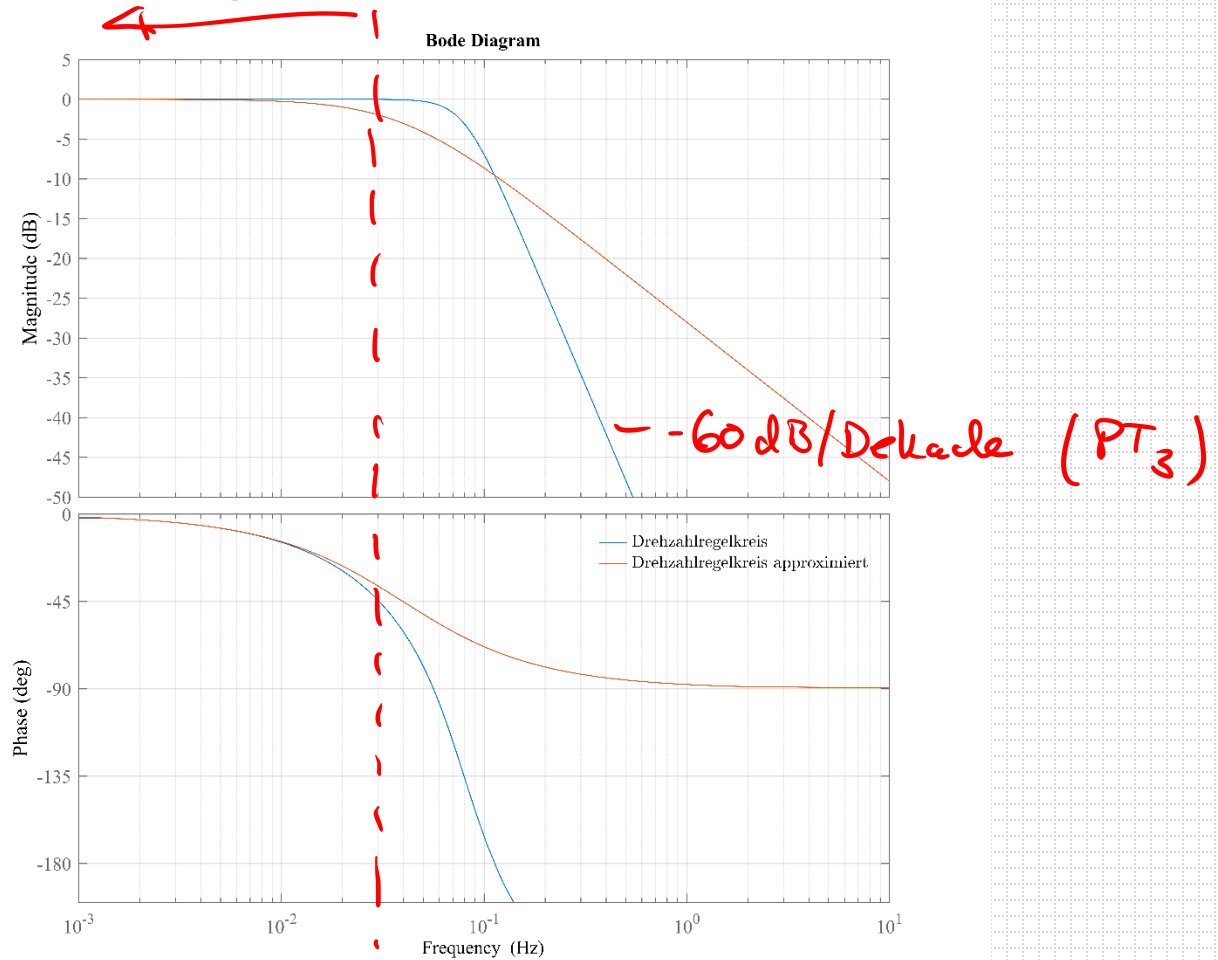
Modellbildung Lageregelkreis



Regelungstechnisches Strukturbild des Lageregelkreises

Näherung Drehzahlregelkreis

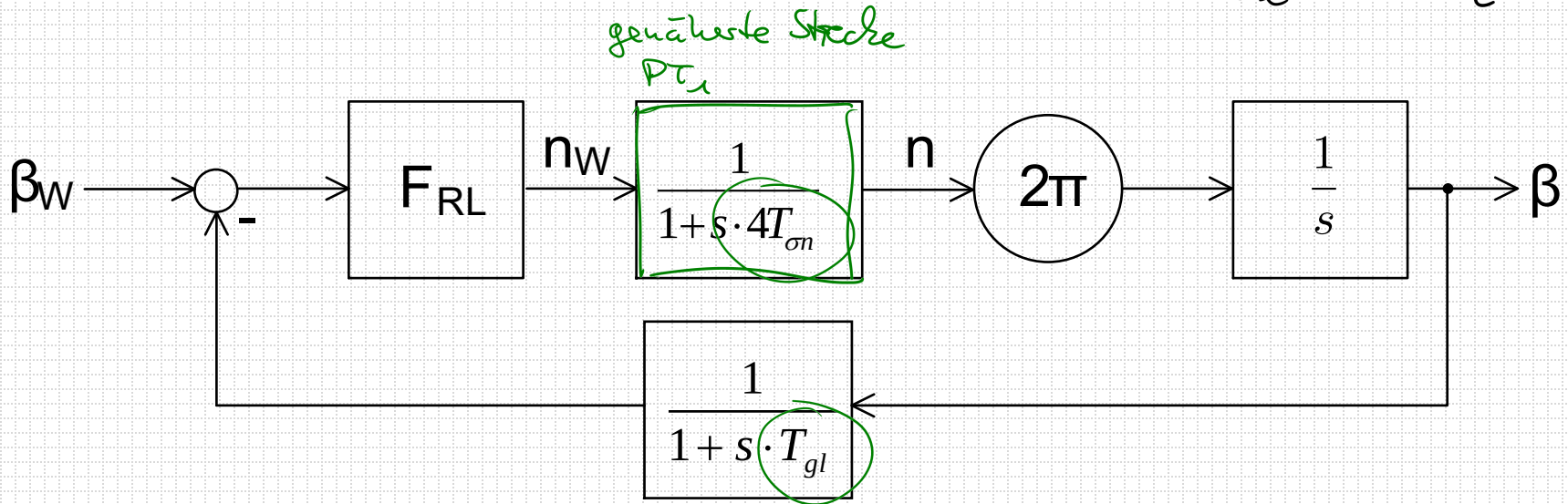
Näherung 04



Lageregelkreis mit genähertem unterlagerten Drehzahlregelkreis

Summenzeitkonstante: $T_{0l} = 4T_{on} + T_{gl}$

Betragsoptimum:
 $T_{0e} = 2 \cdot T_{0l}$



$$F_{wl} = \frac{1}{1 + s 2T_{0l} + s^2 4T_{0l}^2}$$

Signalflussplan des Lageregelkreises mit unterlagertem Drehzahlregelkreis